ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 10 MAI 1920.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI DESLANDRES.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE INFINITÉSIMALE. — *Sur les réseaux et les congruences conjugués par rapport à un complexe linéaire.* Note de M. C. GUICHARD.

Soient Δ une droite qui décrit une congruence rapportée à ses développables; A son premier foyer, B le second; A_1, A_2, ... la suite des réseaux déduits de A par la transformation de Laplace; B_1, B_2, ... la suite déduite de B.

Soient Δ' la droite conjuguée de Δ par rapport à un complexe linéaire; A'_i et B'_i les analogues de A_i et B_i pour la droite Δ'.

Si u varie seul, la droite Δ' touche son enveloppe en un point A' qui est le pôle du plan osculateur à la courbe décrite par A; A' est donc le pôle du plan tangent à la surface B; d'une manière générale, A'_i et B_i ou encore A_i et B'_i décrivent des surfaces polaires réciproques par rapport au complexe.

Je projette sur un plan perpendiculaire à l'axe du complexe; soient a_i, b_i, a'_i, b'_i les projections de A_i, B_i, A'_i, B'_i; les droites AB, $A'B'$ étant conjuguées, leur perpendiculaire commune rencontre à angle droit l'axe du complexe, donc les droites ab et $a'b'$ sont parallèles.

Les réseaux a et b' sont tels que la première tangente de l'un est parallèle à la deuxième tangente de l'autre.

Les lois de parallélisme et d'orthogonalité des éléments sont applicables (avec certaines restrictions) à l'espace à deux dimensions.

On voit que si l'on fait tourner le réseau b' d'un angle de 90° autour de l'origine, les réseaux a et b', après cette rotation, se correspondent par *orthogonalité des éléments.* Ces réseaux (a) et (b') possèdent toutes les pro-

priétés déduites de la loi d'orthogonalité des éléments dans les espaces d'ordre pair.

Je désigne par ξ_1, ξ_2, ξ_3; η_1, η_2, η_3 les paramètres normaux du réseau A; par ξ'_1, ξ'_2, ξ'_3; $\eta'_1, \eta'_2, \eta'_3$ ceux du réseau B'. D'après la propriété qui vient d'être indiquée, on aura les deux équations

$$(1) \qquad \frac{\xi'_1}{\eta_1} = \frac{\xi'_2}{\eta_2} \quad \text{et} \quad \frac{\eta'_1}{\xi_1} = \frac{\eta'_2}{\xi_2}.$$

Réciproquement, *si ces relations existent, il y a des réseaux parallèles à* A *dont la transformée par polaire réciproque est un réseau parallèle à* B'.

Je désigne par x_1, x_2, x_3 les coordonnées de A. Le plan polaire de A a pour équation

$$x_1 y_2 - x_2 y_1 + R(y_3 - x_3) = 0.$$

Pour que ce plan enveloppe un réseau parallèle à B', il faut que

$$(2) \qquad \begin{cases} -x_2\xi'_1 + x_1\xi'_2 + R\xi'_3 = 0, \\ -x_2\eta'_1 + x_1\eta'_2 + R\eta'_3 = 0. \end{cases}$$

Ces équations donnent x_1 et x_2; si l'on tient compte des équations

$$\frac{\partial \xi'_i}{\partial v} = n'\eta'_i, \quad \frac{\partial \eta'_i}{\partial u} = m'\xi'_i,$$

on obtient

$$-\frac{\partial x_2}{\partial v}\xi'_1 + \frac{\partial x_1}{\partial v}\xi'_2 = 0,$$

$$-\frac{\partial x_2}{\partial u}\eta'_1 + \frac{\partial x_1}{\partial u}\eta'_2,$$

ce qui donne en tenant compte des équations (1)

$$\frac{\frac{\partial x_1}{\partial u}}{\xi_1} = \frac{\frac{\partial x_2}{\partial u}}{\xi_2} = h \quad \text{et} \quad \frac{\frac{\partial x_1}{\partial v}}{\eta_1} = \frac{\frac{\partial x_2}{\partial v}}{\eta_2} = l.$$

On déterminera x_3 par les équations

$$\frac{\partial x_3}{\partial u} = h\xi_3, \quad \frac{\partial x_3}{\partial v} = l\eta_3.$$

On voit que les points A et B' sont déterminés à une translation près, parallèle à l'axe x_3.

En passant aux éléments focaux, on a le résultat suivant :

Si deux congruences planes δ et δ' se correspondent par orthogonalité des

éléments après une rotation de 90°, effectuée sur l'une d'elles et si Δ et Δ' sont des congruences qui se projettent suivant δ et δ', il y a des congruences parallèles à Δ qui ont pour conjuguées des congruences parallèles à Δ'.

Congruences qui appartiennent a un complexe linéaire. — Si la congruence AB appartient au complexe linéaire, elle coïncide avec sa conjuguée; sa projection ab possède donc la propriété suivante :

La seconde tangente du réseau a est parallèle à la première tangente du réseau b.

Réciproquement, *si cette propriété existe et si Δ est une congruence qui se projette suivant ab, il y a des congruences parallèles à Δ qui appartiennent au complexe.*

Je vais montrer qu'on peut choisir le réseau (A) de telle sorte que sa première tangente appartienne au complexe.

Les paramètres de bb_1 sont

$$\frac{\partial\xi_1}{\partial u}-\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial u}\xi_1,\qquad \frac{\partial\xi_1}{\partial u}-\frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial u}\xi_2.$$

En écrivant que bb_1 est parallèle à aa_1, on a

$$(3)\qquad \frac{\dfrac{\partial\xi_1}{\partial u}-\dfrac{1}{n}\dfrac{\partial n}{\partial u}\xi_1}{\eta_1}=\frac{\dfrac{\partial\xi_1}{\partial u}-\dfrac{1}{n}\dfrac{\partial n}{\partial u}\xi_2}{\eta_2};$$

d'où

$$\eta_1\frac{\partial\xi_2}{\partial u}-y_2\frac{\partial\xi_1}{\partial u}=\frac{1}{n}\frac{\partial u}{\partial u}(y_1\xi_2-y_2\xi_1).$$

En intégrant et en choisissant convenablement la variable v, on aura

$$(4)\qquad \eta_1\xi_2-\eta_2\xi_1=n.$$

Cela posé, soient x_1, x_2, x_3 les coordonnées de A. En exprimant que AB appartient au complexe, on a

$$(5)\qquad x_1\xi_2-x_2\xi_1+R\xi_3=0,$$

d'où l'on déduit

$$(6)\qquad x_1\frac{\partial\xi_2}{\partial u}-x_2\frac{\partial\xi_1}{\partial u}+R\frac{\partial\xi_3}{\partial u}=0.$$

Les valeurs de x_1 et x_2 déduites des équations (5) et (6) satisfont bien à

la condition

$$\frac{\frac{\partial x_1}{\partial u}}{\xi_1} = \frac{\frac{\partial x_2}{\partial u}}{\xi_2} = h.$$

En différentiant les équations (5) et (6) par rapport à v, on aura après réduction

$$\frac{\partial x_1}{\partial v}\xi_2 - \frac{\partial x_2}{\partial v}\xi_1 + n[x_1\eta_2 - x_2 y_1 + \mathrm{R}y_3] = 0,$$

$$\frac{\partial x_1}{\partial v}\frac{\partial \xi_2}{\partial u} - \frac{\partial x_2}{\partial v}\frac{\partial \xi_1}{\partial u} + \frac{\partial n}{\partial u}[x_1 y_2 - x_2 y_1 + \mathrm{R}y_3] = 0,$$

d'où l'on déduit

$$\frac{\partial x_1}{\partial v}\left[\frac{\partial \xi_1}{\partial u} - \frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial u}\xi_1\right] = \frac{\partial x_2}{\partial v}\left[\frac{\partial \xi_1}{\partial u} - \frac{1}{n}\frac{\partial n}{\partial u}\xi_1\right],$$

ou, en tenant compte des équations (3),

$$\frac{\frac{\partial x_1}{\partial v}}{\eta_1} = \frac{\frac{\partial x_2}{\partial v}}{\eta_2} = l.$$

x_1 et x_2 étant déterminés par les équations (5) et (6), on détermine x_3 par les équations

$$\frac{\partial x_3}{\partial u} = h\xi_3, \qquad \frac{\partial x_3}{\partial v} = l\eta_3.$$

Dans ces conditions, la première tangente du réseau A appartient au complexe.

ÉLECTIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à l'élection d'un Correspondant pour la Section de Chimie, en remplacement de M. *Ciamician*, élu Associé étranger.

Au premier tour de scrutin, le nombre de votants étant 46,

M. W. H. Perkin	obtient	39 suffrages
M. Amé Pictet	»	7 »

M. **W. H. Perkin**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est élu Correspondant de l'Académie.

COMMISSIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la désignation de deux membres de la Division des Sciences mathématiques et d'un membre de la Division des Sciences physiques qui feront partie de la Commission du Fonds Bonaparte, en remplacement de MM. *Émile Picard*, *Lallemand*, *Bouvier*, membres sortants non rééligibles.

MM. E. Fournier, G. Kœnigs, A. Lacroix réunissent la majorité absolue des suffrages.

CORRESPONDANCE.

M. le Ministre de l'Instruction publique invite l'Académie à lui présenter une liste de candidats à la Chaire d'*Histoire des sciences* au Collège de France.

L'Académie désignera, en la prochaine séance publique, trois membres de la Division des Sciences mathématiques et trois membres de la Division des Sciences physiques, qui, sous la présidence de M. le Président, formeront une Commission qui sera chargée de présenter une liste de candidats au choix de l'Académie pour cette chaire.

M. le Ministre de l'Instruction publique et des Beaux-Arts accuse réception de la lettre que lui a adressée l'Académie à la suite du Comité secret du 19 avril dernier et dans laquelle sont posés des principes pour la réforme des Observatoires ainsi que le développement des recherches astronomiques en France, et il invite l'Académie à étudier dans le détail les questions soulevées par cette lettre.

M. Giacomo Ciamician, élu Associé étranger, adresse des remercîments à l'Académie.

M. le Secrétaire perpétuel signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

A naturalist in the Bahamas : John I. Northrup, by Henry Fairfield Osborn.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une famille de fonctions multiformes définies par des équations différentielles du premier ordre.* Note de M. **Pierre Boutroux**.

Dans une Note dernièrement présentée à l'Académie [1], j'ai appliqué à l'équation différentielle

$$(1) \qquad zz' = zmz + 2(x^3 - 1), \qquad m \text{ réel négatif petit},$$

certains résultats auxquels m'a conduit l'étude d'une équation plus générale. Je voudrais présenter à ce sujet quelques remarques complémentaires.

I. *Équations différentielles rationnelles du premier ordre et du premier degré appartenant à la même famille que l'équation* (1). — L'étude des équations rationnelles montre qu'au voisinage d'un point transcendant d'indétermination, que nous supposerons porté en $x = \infty$, les « branches d'intégrales » $z(x)$ obtenues en suivant l'ensemble des rayons convergeant vers ledit point peuvent être de trois types : *type méromorphe* (nombre infini de *zéros* et d'*infinis*, croissance comparable à celle d'une fonction méromorphe); *type entier exponentiel* (pas d'*infini*, infinité de *zéros*, croissance comparable à celle d'une fonction entière); *type algébroïde* (nombre borné de *zéros* et d'*infinis*, branche asymptote à une fonction algébrique). J'envisage, tout d'abord, le cas où, après un changement de variables éventuel (x, x^μ), $\left(z, \frac{\alpha z + \beta}{\gamma z + \delta}\right)$ les branches z (définies comme il a été dit) sont du type algébroïde *entier* (asymptotes à des polynomes). Lorsque *toutes* les branches définies par une équation différentielle appartiennent à ce type, je dirai que l'équation est du *type* A. Écrivons, en particulier, l'équation rationnelle sous la forme

$$(2) \qquad (B_0 + B_1 z + \ldots + B_q z^q) z' = A_0 + A_1 z + \ldots + A_p z^p,$$

où les A et B sont des polynomes en x de degrés respectifs $m_0, \ldots, m_p$, $n_0, \ldots, n_q$. Je constate que, si l'équation a pu être ramenée au type A relativement au point $x = \infty$, on aura nécessairement, en appelant i et j des

---

[1] *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 164. Au milieu de cette Note il y a lieu de supprimer la phrase suivante qui y figure à tort, page 166, ligne 9 : (S_1) *transforme le champ* F_1 *en* F_{-1} *et* (S_2) *transforme le champ* F_2 *en* F_{-2}.

indices variant respectivement entre 1 et p et 0 et $(q-1)$:

$$p \leqq q, \qquad \sigma = \frac{(m_0 - n_q + 1)}{q+1} \text{ entier positif}, \qquad m_i < m_0 - \sigma, \qquad n_j < m_0 - \sigma + 1.$$

Toutes les équations (2) *satisfaisant à ces conditions peuvent être étudiées de la même manière au voisinage de $x = \infty$, et dans tout le plan si $x = \infty$ est le seul point transcendant d'indétermination* (il en sera ainsi notamment quand les B n'ont aucune racine commune). *L'intégration de l'équation se ramène alors à l'étude d'un groupe jouissant de propriétés automorphiques du type indiqué par ma dernière Note* (le nombre des substitutions fondamentales étant, d'ailleurs, plus ou moins grand).

II. *Au sens moderne du mot, l'équation* (1) *peut être regardée comme intégrée.* — Nous connaissons, en effet, un paramètre q tel qu'à chaque valeur de q corresponde une et une seule « branche » $z(x)$ sur l'ensemble des rayons issus de $x = \infty$ et parallèles à une direction donnée. Quand $|q|$ est grand, la branche ainsi définie présente exactement ([1]) quatre points critiques (algébriques) ; d'ailleurs, pour l'équation (2) envisagée, il est facile de vérifier qu'il en est encore ainsi pour q quelconque. La branche en question est dès lors, dans un champ déterminé, une fonction uniforme dont on connaît les points singuliers (ici quatre) et que l'équation différentielle permet de représenter tout entière par un développement ou un nombre borné de développements convergents. Une telle branche est une fonction « connue », suivant le sens donné à ce mot par M. Painlevé lorsqu'il a découvert les solutions uniformes des équations du second ordre. Par conséquent, l'équation (2) se trouve « intégrée » dès qu'on sait déterminer *l'ensemble des valeurs de q appartenant à une même fonction multiforme $z(x)$*. Or c'est là le problème dont j'ai indiqué une solution. Le groupe de substitutions qui définit les valeurs cherchées de q est obtenu en définissant dans des champs déterminés très simples *deux branches uniformes* de fonctions, $\psi_1(q)$, $\psi_2(q)$. Lesdites branches peuvent être immédiatement calculées dans tout leur champ avec une approximation arbitraire ; nous en connaissons d'ailleurs des propriétés caractéristiques (automorphiques) qui paraissent jouer un rôle fondamental ; ces branches doivent donc être regardées comme « connues » (au sens indiqué tout à l'heure, qui n'implique pas, bien entendu, que l'étude des propriétés des fonctions ψ soit terminée).

([1]) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1150.

III. *Équations voisines de l'équation* (1). — Dans l'équation

$$(3) \qquad zz' = 3mz + ax^3 + bx^2 + cx + d,$$

partons de $a = 2$, $d = -2$, $b = c = 0$, m petit, et faisons varier les coefficients d'une manière continue. Le paramètre que j'ai appelé q ne cesse pas d'être défini par le développement de z sous la forme

$$x^2 + mx + \ldots + (q + \eta_1 \log x)\, x^{-2} + \ldots.$$

On constate, d'autre part, que les fonctions substitutrices que j'ai appelées $\psi_1(q)$, $\psi_2(q)$ subsistent également et conservent leurs propriétés. Seules changent (d'une manière continue) les frontières des champs $F_1, \ldots, F_{-2}$ où il faut définir ces fonctions et leurs inverses pour que les substitutions

$$(S_1) = [q, \psi_1(q)], \qquad (S_2) = [q, \psi_2]$$

et leurs inverses, considérées exclusivement dans $F_1, \ldots, F_{-2}$, engendrent, avec $(S_3) = (q, q + 2i\pi\eta_1)$, le groupe entier des substitutions relatives à q. Si l'on fait varier les coefficients de (1) d'une manière *quelconque*, il arrivera dans certaines conditions que les lignes frontières de $F_1, \ldots, F_{-2}$ prendront des formes très différentes de leurs formes initiales, s'enroulant, par exemple, une infinité de fois autour d'elles-mêmes. On peut, cependant, éviter cette dernière complication lorsqu'elle se produit. Il suffit de *changer de système de substitutions fondamentales* (S_1), etc., ou, en d'autres termes, d'adopter un nouveau système de champs F_1, F_{-2} (ne se déduisant pas du premier par variation continue des coefficients $a, \ldots, m$, mais fournissant, comme le premier, des substitutions fondamentales permettant d'engendrer tout le groupe). De cette constatation résulte un nouveau problème, que je n'ai étudié que partiellement : *Pour $a, b, \ldots, m$ situés dans diverses régions* (1) *de leurs plans respectifs, trouver le choix de substitutions fondamentales* (*univoques dans des champs à déterminer du plan q*) *qui permet le plus simplement d'engendrer le groupe total.*

---

(1) Un système de valeurs de ces coefficients particulièrement intéressant est celui pour lequel (S_3) se réduit à la substitution identique, en sorte que (S_1), (S_2) et leurs inverses suffisent pour engendrer le groupe. En ce cas, l'équation (1) admet *une* solution polynomale. Lorsqu'elle admet *deux* telles solutions, l'équation est intégrable par les fonctions elliptiques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les systèmes d'équations aux dérivées partielles.* Note [1] de M. **Maurice Janet**, présentée par M. E. Goursat.

1. Soit un système formé d'un nombre fini de *monomes* (M) à n variables $x_1, x_2, \ldots, x_n$; x_i sera dite *multiplicatrice* pour $\overline{\text{M}} = x_n^{\alpha_n} x_{n-1}^{\alpha_{n-1}} \ldots x_1^{\alpha_1}$ [2] dans le système (M) si parmi les (M) où $x_n, x_{n-1}, \ldots, x_{i+1}$ ont les exposants $\alpha_n, \alpha_{n-1}, \ldots, \alpha_{i+1}$, il n'y en a pas où x_i ait un exposant supérieur à α_i; on dira qu'un monome *provient de* $\overline{\text{M}}$ s'il est le produit de $\overline{\text{M}}$ par un monome ne contenant que des variables multiplicatrices de $\overline{\text{M}}$.

Un monome ne peut provenir de deux monomes (M) *différents.*

Pour que tout multiple d'un monome du système provienne d'un de ces monomes, il faut et *il suffit qu'il en soit ainsi de tous les produits obtenus en multipliant un* (M) *par une de ses variables non-multiplicatrices.*

Lorsque cette condition sera réalisée, le système (M) sera dit *complet.*

Étant donné un système quelconque de monomes (M), on peut indiquer un *procédé régulier* pour choisir *parmi leurs multiples* des monomes M_1 tels *que le système total* (M, M_1) *soit complet.*

Soit $\overline{\text{M}} = x_n^{\alpha_n} x_{n-1}^{\alpha_{n-1}} \ldots x_1^{\alpha_1}$ l'un des monomes du système (M), complet ou non, x_{n-i} une des variables ($i = 0, 1, 2, \ldots, n-1$), β un entier positif ou nul : 1° différent des exposants de x_{n-i} dans ceux des (M) où $x_n, x_{n-1}, \ldots, x_{n-i+1}$ ont les exposants $\alpha_n, \alpha_{n-1}, \ldots, \alpha_{n-i+1}$; 2° inférieur au plus grand de ces exposants. Posons $\text{N} = x_n^{\alpha_n} x_{n-1}^{\alpha_{n-1}} \ldots x_{n-i+1}^{\alpha_{n-i+1}} x_{n-i}^{\beta}$. Appelons variables *multiplicatrices* de N : 1° celles des variables $x_n, x_{n-1}, \ldots, x_{n-i+1}$ qui sont multiplicatrices pour $\overline{\text{M}}$ dans (M); 2° les variables $x_1, x_2, \ldots, x_{n-i-1}$; nous dirons qu'un monome *provient* de N s'il est le produit de N par un monome ne contenant que des variables multiplicatrices de N.

Tout monome provient soit d'un M, *soit d'un* N; *un monome déterminé ne peut provenir que d'un seul monome* (M *ou* N).

En rapprochant les résultats précédents, on voit que, étant donné un système quelconque de monomes (M), on est en possession d'un procédé régulier pour répartir respectivement : 1° tous les monomes multiples d'un M au moins; 2° tous les autres monomes, en un nombre fini d'en-

---

[1] Séance du 26 avril 1920.

[2] $\overline{\text{M}}$ ou $(\overline{\overline{\text{M}}})$ désigne toujours dans ce qui suit un monome (M) particulier. Nous comprenons sous le nom de *monome* toute expression $x_n^{\lambda_n} x_{n-1}^{\lambda_{n-1}} \ldots x_1^{\lambda_1}$ où les λ sont des entiers positifs, la valeur *o* n'étant pas exclue.

sembles sans éléments communs, les monomes d'un ensemble se déduisant d'un monome déterminé en le multipliant par tous les monomes ne contenant que certaines variables déterminées.

$x_n^{\alpha_n} x_{n-1}^{\alpha_{n-1}} \ldots x_1^{\alpha_1}$ est dit *plus haut* ou *plus bas* que $x_n^{\alpha'_n} x_{n-1}^{\alpha'_{n-1}} \ldots x_1^{\alpha'_1}$, suivant que la première des différences $\alpha_n - \alpha'_n$, $\alpha_{n-1} - \alpha'_{n-1}$, ..., $\alpha_1 - \alpha'_1$, qui n'est pas nulle, est *positive* ou *négative*. Bornons-nous à considérer un système complet (M).

Le produit d'un monome provenant de $\overline{\mathrm{M}}$ *par une variable non multiplicatrice de* $\overline{\mathrm{M}}$ *provient d'un monome* $\overline{\overline{\mathrm{M}}}$ *plus haut que* $\overline{\mathrm{M}}$.

Les propriétés précédentes, qu'il a été commode d'énoncer dans le langage algébrique, sont évidemment des propriétés arithmétiques des systèmes de n entiers constitués par les exposants; elles s'appliquent, grâce à des modifications de langage évidentes, aux dérivées d'une fonction de n variables.

2. Soit maintenant un système d'équations aux dérivées partielles, (S). L'attribution de s cotes successives à chacune des inconnues et variables indépendantes, suivant le procédé de M. Riquier, permet la répartition des inconnues et de leurs dérivées en une infinité de classes C_1, C_2, ... dont chacune ne renferme qu'un nombre fini d'éléments; si y, y' appartiennent respectivement à C_i, C_k, on dira que y est antérieure ou postérieure à y' suivant que i est inférieur ou supérieur à k. Supposons que : 1° les premiers membres de (S) sont des dérivées toutes différentes d'une ou plusieurs inconnues; 2° chaque équation ne renferme dans son second membre [1] que des quantités antérieures au premier.

Une des propriétés énoncées au paragraphe 1 permet de définir ce que l'on appellera « fonctions initiales relatives au système des premiers membres ».

Un système tel que (S) *admet au plus une solution régulière pour laquelle les fonctions initiales* (*relatives au système des premiers membres*) *prennent des valeurs données satisfaisant aux conditions habituelles de régularité.*

Appelons (A) un système d'équations obtenu en adjoignant aux (S) un certain nombre de leurs dérivées, de manière que les premiers membres relatifs à une même inconnue forment un système *complet* [2]; variables multiplicatrices, classe de A, les variables multiplicatrices et la classe de son

---

[1] Outre les variables indépendantes.

[2] Si cette condition est réalisée dans (S) lui-même, on prendra pour (A) les équations (S) elles-mêmes.

premier membre; équation $\mathcal{A}_\rho$ une équation obtenue en dérivant A par rapport à ses seules variables multiplicatrices. Formons la dérivée $\frac{\partial A}{\partial x_i}$ d'une équation A par rapport à une de ses variables non multiplicatrices et la différence B entre $\frac{\partial A}{\partial x_i}$ et l'équation $\mathcal{A}_\rho$, qui a même premier membre.

Pour que l'on ne puisse déduire de (S) par dérivations et combinaisons aucune relation (différentielle ou autre) entre les « fonctions initiales relatives au système des premiers membres », il faut et *il suffit que chaque équation* B *soit conséquence « algébrique » des* $\mathcal{A}_\rho$ *de classes inférieures à la classe de l'équation* $\frac{\partial A}{\partial x_i}$ *qui a servi à former* B (*conditions* C).

On peut dire dans ce cas que (S) est *complètement intégrable*.

3. Un système (S) complètement intégrable a effectivement une solution régulière pour laquelle les fonctions initiales (relatives au système des premiers membres) prennent des valeurs arbitraires données (sous les conditions habituelles de régularité).

La démonstration de « convergence » que nous avons obtenue est simple et fournit tout naturellement, en plus du théorème fondamental, les généralisations qu'a indiquées ultérieurement M. Riquier [1].

4. Supposons (S) linéaire et complètement intégrable. Désignons par *expression* A l'expression obtenue en retranchant le second membre de l'*équation* A du premier. Les conditions (C) constituent un système linéaire d'équations aux dérivées partielles auxquelles satisfont identiquement les *expressions* A; faisons abstraction de la signification des A, que nous considérons maintenant comme autant d'inconnues, et considérons les quantités $\frac{\partial A}{\partial x_i}$ comme les « premiers membres ». Le système ainsi obtenu S_2 satisfait à la condition (1°); *il satisfait à la condition* (2°) *moyennant un choix convenable de cotes; il est de plus complètement intégrable*. Les conditions d'intégrabilité, écrites comme il est indiqué au paragraphe 2, conduiront à un nouveau système S_3; etc. *La chaîne de systèmes ainsi formée est finie; l'indice k du dernier système est au plus égal à* $n+1$.

---

(1) Tout système peut se ramener, sans changement de variables ni de fonctions, à la forme canonique de M. Riquier. Il existe des systèmes qui ne peuvent être ramenés à la forme canonique (très générale d'ailleurs) de M. Delassus, même lorsqu'on utilise les changements de variables (voir GUNTHER, *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1147).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *L'analyse des tenseurs antisymétriques et les formes symboliques de différentielles.* Note de **M. G. Cerf**, présentée par M. E. Goursat.

Une classe remarquable, parmi les tenseurs d'un espace à un nombre quelconque n de dimensions, est constituée par ceux que M. Einstein appelle tenseurs *antisymétriques;* pour eux, deux des composantes (covariantes ou contrevariantes), dont les désignations ne diffèrent que par l'ordre des indices qui les caractérisent, sont égales ou opposées suivant que les permutations des deux groupes d'indices sont de même classe ou de classes différentes. Nous ne nous occuperons dans ce qui suit que des tenseurs de cette espèce; en général, nous ne raisonnerons que sur des tenseurs de rang 2, mais les indications données seront valables pour un rang quelconque.

Un champ de tenseurs antisymétriques covariants de rang 2, F, est donné par $\frac{n(n-1)}{2}$ composantes $F_{\lambda\mu}$ correspondant chacune à une des combinaisons de n objets deux à deux; les autres composantes se déduisent de celles-là suivant une règle qui résulte immédiatement de la définition; les expressions $F_{\lambda\mu}$ sont des fonctions des n coordonnées que l'on peut prendre pour coefficients d'une forme symbolique de différentielles du deuxième degré à n variables :

$$\omega = \Sigma F_{\lambda\mu}\, dx_\lambda\, dx_\mu.$$

Lorsqu'on effectue une transformation quelconque de coordonnées, les nouvelles composantes du tenseur sont égales aux coefficients de la nouvelle forme obtenue à partir de ω par le changement de variables correspondant. La liaison établie entre le tenseur covariant et la forme symbolique est donc indépendante du choix des coordonnées. A la forme ω', dérivée de ω, et supposée non identiquement nulle, correspond un tenseur antisymétrique G de rang 3, covariant, qui est la *rotation* de F. D'après une propriété connue, $\text{rot}\, G = 0$; de là, l'interprétation de la relation $\text{rot}\, F = 0$, qui est équivalente à $F = \text{rot}\, f$, f étant un vecteur covariant.

Cela est indépendant de la définition métrique de l'espace où nous opérons; soient maintenant

$$ds^2 = \sum g_{ik}\, dx_i\, dx_k$$

la forme quadratique fondamentale au moyen de laquelle cette définition

est obtenue, g le discriminant de cette forme (nous le supposons égal à l'unité, ce qui ne restreint pas la généralité des résultats), g_{ik} le mineur de g_{ik} dans g; effectuons dans ω la substitution de $\sum_k \mathrm{g}_{ik}\,dx_k$ à dx_i; soit ϖ la nouvelle forme symbolique obtenue

$$\varpi = \sum \mathrm{F}^{\lambda\mu}\,dx_\lambda\,dx_\mu,$$

les expressions $\mathrm{F}^{\lambda\mu}$ sont les composantes contrevariantes de F.

Nous définissons le *flux* du tenseur F à travers une multiplicité à $n-2$ dimensions M_{n-2} par l'intégrale $\int_{\mathrm{M}_{n-2}} \Pi$, où

$$\Pi = \sum \mathrm{F}^{\lambda\mu}\,dx_{\alpha_1}\,dx_{\alpha_2}\ldots dx_{\alpha_{n-2}},$$

$\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_{n-2}$ étant $n-2$ indices différents de λ et μ et rangés de telle façon que la permutation $\lambda\mu\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_{n-2}$ soit de classe paire. La condition pour que le flux de F à travers une multiplicité M_{n-2} fermée limitant une multiplicité M_{n-1} soit nul, est $\int_{\mathrm{M}_{n-1}} \Pi' = 0$; les coefficients de Π' sont ceux d'un vecteur contrevariant; nous posons :

$$\mathrm{H} = \mathrm{div}\,\mathrm{F} \qquad \text{avec} \qquad \mathrm{H}^\alpha = \sum_\beta \frac{\partial \mathrm{F}^{\alpha\beta}}{\partial x_\beta}.$$

Si nous étions partis d'un tenseur d'ordre $p\,(p>2)$, la divergence serait un tenseur d'ordre $p-1$.

Avec ces notations, les équations du champ électromagnétique deviennent :

$$\left.\begin{array}{l}\mathrm{rot}\,\mathrm{F} = 0\\ \mathrm{div}\,\mathrm{F} = \mathrm{S}\end{array}\right. \qquad n = 4,$$

F étant le tenseur de rang 2, rotation du tétrapotentiel, S le vecteur contrevariant représentant le tétracourant.

L'introduction des formes symboliques de différentielles dans la théorie des tenseurs antisymétriques, permet de donner une méthode conduisant à la détermination de systèmes de coordonnées où l'expression d'un tenseur déterminé se simplifie. Il suffit d'utiliser la réduction de la forme ω à une forme canonique analogue à celle d'une équation de Pfaff (¹); on voit qu'on

(¹) Goursat, *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 3ᵉ série, t. 7, 1915 (1917), p. 11.

peut exprimer les composantes du tenseur F, linéairement au moyen des composantes des rotations de $r+1$ vecteurs, r étant le nombre dont j'ai indiqué précédemment la détermination précise; d'ailleurs, par le changement de coordonnées conduisant à la réduction, quand elle est possible, du nombre des variables au moyen desquelles s'exprime ω, on est conduit à un système qui peut présenter certains avantages.

HYDRAULIQUE. — *Application du principe des images aux chambres d'eau.* Note [1] de M. **C. Camichel**, transmise par M. A. Blondel.

L'objet de cette Note est l'application aux chambres d'eau du principe des images de lord Kelvin et sa vérification expérimentale par la méthode étudiée dans de récentes Communications [2].

Si l'on considère, dans un fluide en mouvement, deux régions A_1 et A_2 séparées complètement par une surface continue fixe Σ, on dit que le mouvement de A_2 est l'image du mouvement de A_1 par rapport à la surface Σ et inversement, quand aucun élément de A_1 ou de A_2 ne traverse Σ. On peut alors remplacer Σ par une *cloison rigide* et supprimer A_2 sans modifier le mouvement de A_1, et inversement supprimer A_1 sans modifier le mouvement de A_2. Cette dernière remarque montre l'importance que cette surface Σ est susceptible d'avoir dans les applications.

Prenons, par exemple, la chambre d'eau déjà étudiée [3] et disposons une paroi verticale au voisinage de l'orifice en mince paroi et parallèlement à l'une des parois de la chambre.

Les surfaces équipotentielles et les lignes de courant obtenues coïncident exactement avec les surfaces équipotentielles et les lignes de force correspondant au cas de deux masses égales et de même signe en coïncidence, l'une avec la source équivalant à l'orifice en mince paroi [3], l'autre avec la symétrique de cette source par rapport à la paroi verticale. Dans ce cas, la surface Σ est constituée par cette paroi.

Citons l'expérience suivante : le diamètre de l'orifice est 1^{cm}, la distance de son centre à la paroi est 3^{cm}, la hauteur du niveau de l'eau au-dessus du plan de l'orifice est 33^{cm}; r_1 désignant la distance d'un point d'une courbe

---

(1) Séance du 3 mai 1920.

(2) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 881 et 986.

(3) *Loc. cit.*

équipotentielle à la première source, r_2 la distance du même point à la deuxième source, on a, par exemple :

r_1 (en millimètres)....	84,0	75,0	69,0	63,0
r_2 (en millimètres)....	119,5	154,0	197,5	230,0
$1000\left(\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}\right)$......	20,3	19,8	19,6	20,2

On voit donc que $\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}$ est sensiblement constant.

Pour obtenir d'une façon complète la répartition des vitesses dans la chambre d'eau, il suffira donc, dans le cas étudié, de déterminer les surfaces équipotentielles comme si l'on avait affaire à deux masses électriques égales et de même signe, symétriques par rapport à la paroi verticale, et de n'envisager que la partie du liquide située d'un côté de cette paroi.

Il serait facile de citer d'autres exemples analogues montrant l'utilité du principe des images en Hydraulique.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Les nouvelles équations fondamentales de la gravifique.* Note de MM. **Th. De Donder** et **H. Vanderlinden**, présentée par M. Appell.

Dans la théorie gravifique actuellement admise, la force généralisée est toujours nulle; il en résulte qu'il serait impossible de construire un atome d'une manière purement électromagnétique. Nous allons modifier cette théorie, *tout en conservant le principe d'Hamilton*, généralisé par M. H.-A. Lorentz, et nous trouverons que la face généralisée

$$\boxed{\mathfrak{F}_i = \frac{d\Gamma}{dx_i}} \qquad (i=1,\,2,\,3,\,4),$$

où

$$\Gamma = (kC + 2a)\sqrt{-g},$$

est, en général, *différente de zéro.*

La courbure totale peut s'écrire

$$C = \frac{1}{2}\sum_\alpha \sum_\beta g^{\alpha\beta} G_{\alpha\beta},$$

en utilisant les notations $g^{\alpha\beta}$ et $G_{\alpha\beta}$ d'Einstein.

Les symboles k et a représentent deux constantes universelles.

1. *Principe d'Hamilton généralisé.* — Annulons la variation de l'intégrale quadruple

$$\int (a + kC + \Lambda)\sqrt{-g}\, dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4,$$

où Λ représente *la fonction caractéristique* du système étudié.

Nous prendrons comme variables *les nouveaux potentiels*

$$\gamma_{\alpha\beta} \equiv g_{\alpha\beta}(-g)^{-\frac{1}{2}},$$

et les mineurs correspondants, divisés par le déterminant γ formé au moyen de ces fonctions $\gamma_{\alpha\beta}$; d'où

$$\gamma^{\alpha\beta} \equiv g^{\alpha\beta}(-g)^{\frac{1}{2}}.$$

Si nous introduisons les lagrangiens par rapport aux $\gamma^{\alpha\beta}$

$$\diamond^{\alpha\beta} \equiv \frac{d}{d\gamma^{\alpha\beta}} - \sum_{\lambda} \frac{d}{dx_\lambda}\left(\frac{d}{d\gamma^{\alpha\beta,\lambda}}\right) + \sum_{\lambda\nu} \frac{d^2}{dx_\lambda\, dx_\nu}\left(\frac{d}{d\gamma^{\alpha\beta,\lambda\nu}}\right),$$

les dix équations différentielles de la gravifique deviennent

$$\diamond^{\alpha\beta}(l^* + L) = 0,$$

en posant

$$l^* \equiv (a + kC)\sqrt{-g}$$

et

$$L \equiv \Lambda\sqrt{-g}.$$

Le *tenseur symétrique* est défini par

$$S_{\alpha\beta} \equiv S_{\beta\alpha} \equiv -(1 + \varepsilon_{\alpha\beta})\diamond^{\alpha\beta} L,$$

où $\varepsilon_{\alpha\alpha} = 1$ et $\varepsilon_{\alpha\beta} = 0$ quand α est différent de β.

Les équations différentielles de la gravifique peuvent s'écrire maintenant

$$\boxed{kG_{\alpha\beta} + a g_{\alpha\beta} = S_{\alpha\beta}}$$

Il en résulte immédiatement que

$$S \equiv \sum_{\beta} S_{\beta}^{\beta} = 2\Gamma,$$

après avoir introduit le *tenseur asymétrique*

$$S_i^{\beta} \equiv \sum_{\alpha} \gamma^{\alpha\beta} S_{\alpha i}.$$

2. *Théorème du tenseur asymétrique.* — Ce théorème s'exprime par

$$\sum_{\beta}\left[\frac{dS_i^\beta}{dx_\beta}+\frac{1}{2}\sum_{\alpha}\sum_{\nu}\gamma^{\alpha\beta}\gamma_{\nu\beta,i}S_\alpha^\nu\right]=\frac{dT}{dx_i}$$

et se déduit de l'*identité*

$$\sum_{\beta}\frac{d\sum_{\alpha}\gamma^{\beta\alpha}G_{\alpha i}}{dx_\beta}=\frac{1}{2}\sum_{\alpha}\sum_{\beta}\gamma^{\alpha\beta}G_{\alpha\beta,i}.$$

Par définition, les premiers membres des équations ci-dessus sont les composantes de la *force généralisée* $\mathfrak{F}_i (i=1, 2, 3, 4)$. On aura donc les relations annoncées au début de cette Note.

Le théorème des tenseurs gravifiques se déduit aisément des nouvelles équations différentielles gravifiques.

3. *Cas du champ électromagnétique pur.* — Dans ce cas on prendra (¹)

$$L=\left[\frac{1}{4}\sum_{\alpha}\sum_{\beta}(-1)^{\alpha+\beta+1}M_{\alpha\beta}M_*^{\alpha\beta}\right]U,$$

où

$$U=\sqrt{\sum_{\alpha}\sum_{\beta}g_{\alpha\beta}u^\alpha u^\beta}=1,$$

la vitesse généralisée de l'électricité étant représentée par $u^\alpha=\frac{dx_\alpha}{ds}$.

Nous trouvons que

$$S=-L \quad \text{et} \quad \mathfrak{F}_i=+\frac{1}{2}\frac{dL}{dx_i}.$$

OPTIQUE APPLIQUÉE. — *Sur une méthode universelle de mesure et de compensation de l'astigmatisme instrumental.* Note de M. **Jacques Carvallo**, présentée par M. L. Favé.

Il s'agit uniquement de l'astigmatisme des rayons centraux qui constitue un des vices de construction les plus fréquents des systèmes optiques industriels. Il se manifeste par ce fait que les images de deux droites orthogo-

(¹) Th. De Donder, *Théorie du champ électromagnétique de Maxwell-Lorentz et du champ gravifique d'Einstein* (*Archives du Musée Teyler*, 2ᵉ série, t. 3, Haarlem) [voir p. vii, 12, 89]. Paris, Gauthier-Villars, 1920.

nales, contenues dans un même plan de visée, ne sont pas situées dans un même plan.

En dehors des vices de montages, faciles à éviter, ce défaut est dû soit à un défaut de sphéricité des dioptres du système, soit à un défaut d'homogénéité des verres constituant les lentilles et donne lieu à d'importants rebuts de fabrication. La présente méthode permet, presque toujours, de tirer parti des éléments optiques défectueux, car l'expérience montre que *leurs défauts sont le plus souvent assez réguliers pour ne pas donner lieu à autre chose qu'à de l'astigmatisme pur*. On obtiendra par exemple un objectif achromatique à deux verres, dénué d'astigmatisme, en accouplant deux éléments présentant des astigmatismes égaux à condition de les orienter convenablement l'un par rapport à l'autre. Les images restent très belles.

On dit qu'un élément optique présente de l'astigmatisme pur lorsqu'il transforme un faisceau parallèle incident, non plus en un faisceau homocentrique, mais en un faisceau s'appuyant sur deux droites orthogonales. Si F_1 et F_2 représentent les distances de ces deux droites focales au centre optique, les convergences $C_1 = \frac{1}{F_1}$ et $C_2 = \frac{1}{F_2}$ sont appelées les convergences principales; $C = \frac{C_1 + C_2}{2}$ est la convergence moyenne. J'appelle astigmatisme la différence $A = C_1 - C_2$, plan principal d'astigmatisme le plan de convergence maxima. Quand on accole deux éléments optiques d'astigmatisme a et a', ceux-ci s'ajoutent si les deux plans principaux d'astigmatisme coïncident, se retranchent si les deux plans sont à angle droit. Dans ce cas, si $a = a'$, l'astigmatisme résultant $A = a - a'$ est nul. La convergence résultante est alors égale à la somme des convergences moyennes des deux éléments.

De là l'intérêt d'une détermination expérimentale de l'astigmatisme d'un élément optique. Il faut tout à la fois mesurer A et définir la position du plan principal d'astigmatisme. Tous les problèmes d'astigmométrie instrumentale peuvent être résolus grâce au théorème suivant :

Si deux éléments astigmates, disposés à distance finie l'un de l'autre sur un même axe optique, ont pu être réglés de façon à constituer un ensemble dénué d'astigmatisme, on peut affirmer :

1° Que les plans principaux d'astigmatisme sont à angle droit;

2° Que les astigmatismes sont inversement proportionnels au carré des distances de l'image intermédiaire à chacun des deux éléments.

Soient, en effet, c_1, c_2, a, C_1, C_2, A, les convergences principales et les astigmatismes des deux éléments. Le premier fournit, pour une source ponctuelle située à une distance p de son centre optique, deux droites focales situées à des distances respec-

tives p'_1 et p'_2 telles que

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{p'_1} = c_1, \qquad \frac{1}{p} - \frac{1}{p'_2} = c_2,$$

d'où l'on tire

$$\frac{p'_1 - p'_2}{p'_1 p'_2} = c_1 - c_2,$$

qui peut s'écrire, en posant

$$p' = \frac{p'_1 + p'_2}{2},$$

et confondant $p'_1 p'_2$ avec p'^2,

$$(1) \qquad p'_1 - p'_2 = p'^2 a.$$

Le faisceau issu du premier élément étant repris par le second, celui-ci agit en sens inverse du premier si les deux plans principaux sont à angle droit. Si P_1 et P_2 représentent les distances des deux focales au centre optique du second élément et si

$$P = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

est leur valeur moyenne, celui-ci donnera à nouveau une image ponctuelle si

$$P_1 - P_2 = P^2 A;$$

mais comme

$$P_1 - P_2 = p'_1 - p'_2,$$

il vient finalement

$$(2) \qquad \frac{a}{A} = \frac{P^2}{p'^2}.$$

En accolant deux lentilles plan cylindriques minces, de convergences c égales et de signes contraires, susceptibles de tourner autour de leur axe optique commun de quantités α constamment égales et de signes contraires, on obtient un élément optique dont l'astigmatisme résultant a pour valeur

$$(3) \qquad a = 2c \sin 2\alpha,$$

dont la convergence moyenne est nulle et dont l'axe principal d'astigmatisme a une direction fixe dans l'espace. C'est ce que j'appelle un *astigmo-compensateur*. Un tel appareil permet évidemment de mesurer un astigmatisme A d'un ordre de grandeur quelconque : il suffit pour cela de savoir placer le plan principal de A perpendiculairement à celui de a, de disposer d'une mire et d'un dispositif d'observation de l'image de celle-ci à travers les deux éléments a et A, particulièrement sensibles à l'astigmatisme et enfin de choisir des valeurs convenables de P et p'. La mesure consiste alors à supprimer l'astigmatisme résultant en agissant simplement sur α. A s'exprime facilement en fonction de α.

A titre d'exemple, voici la manière la plus simple de mettre en œuvre cette méthode pour l'étude des éléments convergents :

La mire M est constituée par un cercle et deux diamètres perpendiculaires. Elle est placée devant le compensateur bicylindrique a à une distance p de celui-ci et orientée de manière que l'un de ses diamètres soit parallèle au plan d'astigmatisme fixe du compensateur. Le compensateur ayant toujours une convergence moyenne nulle donne de la mire une image astigmate virtuelle dont le plan moyen coïncide avec la mire elle-même et $p' \neq p$. L'élément convergent A à étudier est placé plus loin, au delà du compensateur, à une distance P de la mire et fournit de celle-ci une image réelle qu'on examine avec un oculaire aussi puissant que possible. La sensibilité se règle très facilement en agissant sur P et p. Lorsque le compensateur est au zéro, l'astigmatisme de A se manifeste par un trouble de l'image : le cercle apparaît flou sauf en deux régions diamétralement opposées qu'il est possible de mettre au point. Ces deux régions nettes tournent en même temps que A ; elles indiquent le plan principal d'astigmatisme de A. On fixe alors cette lentille dans une position telle que les deux régions nettes du cercle apparaissent aux deux extrémités d'un des diamètres. Il n'y a plus qu'à agir sur le compensateur pour rendre le cercle parfaitement net sur tout son contour et ramener les deux diamètres de l'image dans le même plan ; la sensibilité est d'autant plus grande que l'oculaire est plus fort. Quant à la puissance, elle est à peu près illimitée ; j'ai pratiqué par exemple couramment le millième de dioptrie sur des lentilles de 15^{cm} de foyer, le dix-millième, et même moins, sur des lentilles de $1^{m},50$ de foyer.

Cette méthode a été exploitée régulièrement pendant plusieurs années dans un atelier de construction d'instruments d'optique. Elle a permis, par exemple, d'obtenir d'excellents objectifs, de 1^{m} à $1^{m},50$ de foyer avec des éléments *polis au drap* et par conséquent très bon marché qui eussent été sans cela totalement insuffisants.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Séparation de l'étain et de l'antimoine. Dosage de l'étain par le cupferron.* Note de MM. **A. Kling** et **A. Lassieur**, présentée par M. A. Haller.

Les *Comptes rendus* de la séance de l'Académie des Sciences du 26 avril renferment une Note de M. Auger, relative au cupferron et à son emploi en analyse chimique. Ayant étudié nous-mêmes ce réactif et l'ayant utilisé avec succès dans un certain nombre de cas, nous citerons un exemple dans lequel son emploi nous a été particulièrement précieux, celui du dosage de l'étain. La question qui s'est posée à nous est celle de la séparation de l'étain et de l'antimoine. Nous avons examiné les nombreuses

méthodes décrites, et aucune ne nous a donné satisfaction. La méthode qui passe pour la plus sûre est celle de F. W. Clarke (1), elle consiste à précipiter l'antimoine par l'hydrogène sulfuré en milieu fortement oxalique, l'étain reste en solution. Cette méthode a déjà été critiquée, notamment par Vortmann et Metzel (2) qui ont remplacé l'acide oxalique par l'acide phosphorique. Cette modification nous a bien donné pour l'antimoine des résultats à peu près corrects, mais tout à fait mauvais pour l'étain. Les procédés par oxydation (bromate, permanganate) sont médiocres et présentent l'inconvénient de ne pas être spécifiques; enfin, les méthodes de séparation basées sur la distillation du chlorure d'antimoine, dont la plus connue est celle de Plato (3), ont le défaut d'exiger un appareil compliqué et des soins peu compatibles avec un travail en série.

Nous avons, au contraire, obtenu toute satisfaction en séparant l'étain de l'antimoine par l'hydrogène sulfuré en milieu fluorhydrique. Cette méthode n'est d'ailleurs pas nouvelle, elle a fait l'objet d'un certain nombre de Mémoires, son exactitude ayant été attestée ou niée par plusieurs auteurs. Le principe en est le suivant : on sait que les sels stanniques, mis en présence d'acide fluorhydrique, forment un complexe de constitution mal connue dans lequel l'ion stannique est dissimulé; ce fait permet de séparer l'étain des éléments voisins, l'antimoine par exemple, soit par l'hydrogène sulfuré, soit par électrolyse.

Il est ensuite facile de faire reprendre à l'étain sa forme ionique, par addition d'acide borique à la solution; celui-ci détermine, en effet, la destruction du complexe fluorhydrique. Nous avons suivi le mode opératoire de Le Roy W. Mac Cay (4) en y apportant cependant certaines modifications; en outre, nous avons dosé l'étain à l'état de SnO^2, après précipitation par le cupferron.

La solution chlorhydrique des deux métaux ($0^g,3$-$0^g,4$ au plus), oxydée par le chlorate de potasse, est neutralisée par la soude en présence de méthylorange. Elle est acidifiée par l'acide chlorhydrique, puis on ajoute 5^g à 6^g d'acide tartrique, chauffée jusqu'à limpidité parfaite de la solution,

(1) Treadwell, *Analyse quantitative*, p. 231.
(2) *Zeit. für anal. Ch.*, t. 44, 1905, p. 525.
(3) *Zeit. für anal. Ch.*, t. 50, 1911, p. 641.
(4) *J. amer. chem. Soc.*, t. 31, 1909, p. 373-381.

puis refroidie et placée dans un vase d'Erlenmeyer paraffiné, de 500^{cm^3}. Il est alors nécessaire d'ajouter 10^{cm^3} d'acide fluorhydrique et d'abandonner au repos la solution pendant une demi-heure. Au bout de ce temps, dans le liquide 10^g d'acétate de soude sont dissous dans celle-ci qui est étendue à 300^{cm^3} et traitée par un courant d'hydrogène sulfuré pendant une heure. L'antimoine est précipité. La filtration a lieu sur entonnoir de Gooch, le précipité est lavé avec de l'eau saturée d'hydrogène sulfuré renfermant un peu d'acétate d'ammoniaque; on ne peut songer à le peser; en effet, si la filtration a été faite sur papier, on ne peut sécher à 300° comme il est nécessaire, sans voir le papier se carboniser. Si l'on filtre sur creuset de Gooch, l'acide fluorhydrique, réagissant sur l'amiante et sur la porcelaine, leur fait perdre du poids. Il faut donc redissoudre le précipité dans 20^{cm^3} d'acide chlorhydrique, porter à l'ébullition et ajouter une petite quantité de chlorate de potasse pour compléter la solution. Après filtration, on reprécipite le sulfure d'antimoine qui est séché à 300° dans un courant de gaz carbonique, puis pesé. Dans le liquide, débarrassé de l'antimoine, on ajoute 10^g d'acide borique. Cette addition amène une précipitation partielle de sulfure d'étain. On porte à l'ébullition (dans un vase de verre) en ajoutant de l'eau oxygénée, pour oxyder le sulfure d'étain. La solution devenue parfaitement limpide est refroidie et additionnée d'une solution de cupferron à 10 pour 100. Il se forme un précipité blanc, caillebotté, qui se rassemble au fond du vase. La filtration est très aisée, on lave à l'eau froide, sèche et calcine, on pèse SnO^2. Les résultats sont très satisfaisants, ainsi qu'on peut s'en rendre compte en examinant les chiffres suivants :

Théorie.		Trouvé.	
Sn.	Sb.	Sn.	Sb.
0,198	0,0428	0,197	0,042
0,305	0,0042	0,305	0,0038
0,326	0,118	0,327	0,117

Le dosage de l'étain par le cupferron nous semble être la forme de choix pour la détermination de cet élément. On sait combien, en général, son dosage est malaisé et combien il est difficile d'obtenir des nombres exacts, l'acide stannique et le sulfure d'étain retenant opiniâtrement des impuretés desquelles il est difficile de les priver. Ici rien de semblable, on obtient un précipité d'une filtration et d'un lavage particulièrement faciles, conduisant à des résultats irréprochables.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la méthode d'enrichissement modifiée par l'analyse des chlorobenzènes industriels*. Note [1] de M. F. BOURION et CH. COURTOIS, présentée par M. A. Haller.

Dans le but d'obtenir des résultats corrects pour les polychlorés par la méthode d'enrichissement indiquée par l'un de nous dans une Communication précédente [2], nous lui avons fait subir une retouche.

Nous avons vu que, pour avoir par cette méthode la teneur des polychlorés dans le résidu, on est amené à diviser l'excès de densité de ce résidu sur celle du chlorobenzène pur par un paramètre C variable, dont nous avons la connaissance exacte en analysant le chlorobenzène brut par distillation.

Or, en réalisant des mélanges synthétiques de benzène, de chlorobenzène et de divers polychlorés tels que le paradichlorobenzène, le tétrachlorobenzène (1, 2, 4, 5) et de chlorure de Julin C^6Cl^6, nous nous sommes rendu compte que le coefficient C croissait, en même temps que la densité de ces derniers, et d'autant plus que la proportion du polychloré le plus dense était plus élevée. Il est aisé d'établir cette relation théoriquement.

Si nous supposons un premier chlorobenzène où le seul représentant des polychlorés soit le paradichlorobenzène, de densité d_2 à l'état liquide, et un autre chlorobenzène brut qui, en outre du paradichlorobenzène, contient un autre polychloré de densité à l'état liquide $d_3 > d_2$, et si nous désignons par C_2 la concentration commune des polychlorés dans les résidus obtenus après enrichissement des chlorobenzènes bruts, on a

$$(1) \qquad C = \frac{d - d_1}{C_2}, \qquad C' = \frac{\delta - d_1}{C_2},$$

C' étant la valeur du paramètre C pour le deuxième chlorobenzène, et d et δ les densités des deux résidus après enrichissement.

En admettant l'hypothèse légitime que dans ces mélanges la densité est une propriété additive [2], il est aisé d'établir que

$$(2) \qquad 100\left(\frac{1}{d} - \frac{1}{\delta}\right) = \gamma_3 \frac{d'_3 - d_2}{d_2 d_3},$$

γ_3 étant la concentration pour 100 du polychloré le plus dense dans le deuxième résidu, comme $d_3 > d_2$, on a $d < \delta$, et, par suite, d'après (1),

$$C' > C.$$

---

[1] Séance du 3 mai 1920.

[2] F. BOURION, *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 933.

L'égalité (2) montre, en outre, que δ est d'autant plus grand par rapport à d, et, par suite, C′ par rapport à C, que γ_3 est plus grand.

Si donc les corps purs dont le mélange constitue les polychlorés avaient tous la même chaleur latente de vaporisation et la même température d'ébullition, en arrêtant la distillation à cette température, on retrouverait les polychlorés dans le rapport relatif où ils existent dans le chlorobenzène primitif; et en appelant C_1 et C_2 les concentrations pour 100 du chlorobenzène et des polychlorés dans le résidu après enrichissement, et Δ la densité du mélange liquide des polychlorés, on pourrait, par la relation

$$\frac{C_1}{d_1} + \frac{C_2}{\Delta} = \frac{100}{d},$$

calculer d en déterminant Δ à partir de chlorobenzènes synthétiques de concentrations connues C_1 et C_2, et ensuite, par la formule (1), calculer le paramètre C; on établirait ainsi une échelle de correspondance de C et de Δ.

Mais cette double propriété n'étant pas réalisée, nous avons établi par empirisme la relation entre C et la densité Δ du résidu de distillation à 160°, et non à la température d'ébullition 172° du paradichlorobenzène; d'autres raisons ont dicté ce choix : en particulier des corps comme les dérivés monochlorés du toluène dans le noyau, qui distillent au voisinage de 160°, sont estimés presque totalement comme polychlorés dans la méthode par distillation, et n'existeraient plus dans le résidu dont on détermine la densité Δ, si l'on arrêtait la distillation à 172°.

En outre, pour avoir un résidu qui, dans tous les cas, soit liquide, nous avons pris sa densité à 40°.

Nous avons alors constaté que, pour un chlorobenzène brut réalisé avec un benzène de bonne qualité, on avait

$$C = 0,00170 \quad \text{et} \quad \Delta^4_{40} = 1,282,$$

puisqu'avec un chlorobenzène brut obtenu à partir d'un benzène synthétique renfermant 0,85 pour 100 de thiophène on a

$$C = 0,00212 \quad \text{avec} \quad \Delta^4_{40} = 1,351.$$

L'expérience a montré que les paramètres C qui s'échelonnent de 0,00170 à 0,00215 sont bien représentés en fonction de Δ par une formule parabolique de la forme

$$\Delta = \alpha + \beta C + \gamma C^2. \tag{3}$$

On a d'abord, pour déterminer α, β, γ, les deux relations

$$(4)\qquad 1,282 = \alpha + 0,00170\beta + \overline{0,00170}^2.\gamma,$$

$$(5)\qquad 1,351 = \alpha + 0,00212\beta + \overline{0,00212}^2.\gamma.$$

Nous en avons une troisième en remarquant que, au voisinage de $C = 0,00212$, à une variation de C égale à 0,00001, correspond une variation de Δ égale à 0,0025, et, si nous confondons les petites variations avec les différentielles, on tire de

$$\frac{d\Delta}{dC} = \beta + 2\gamma C$$

l'équation

$$(6)\qquad \frac{0,0025}{0,00001} = \beta + 2 \times 0,00212.\gamma.$$

Des équations (4), (5) et (6) nous tirons

$$\alpha = 1,7352, \quad \beta = -615,3, \quad \gamma = 204080$$

et la relation (3) peut s'écrire

$$(3')\qquad \Delta = 1,7382 - 615,3C + 204080C^2.$$

Pour les chlorobenzènes qui possèdent un paramètre C s'échelonnant de 0,00161 à 0,00170, et qu'on réalise à partir de benzènes extraits par distillation de chlorobenzènes bruts, on représente également bien C en fonction de Δ par une formule parabolique. A l'aide de ces relations, on dresse aisément un tableau de correspondance de C et de Δ.

La méthode d'enrichissement modifiée comporte donc, outre la première partie où l'on réalise une distillation et la détermination de deux densités, une opération supplémentaire comprenant une distillation poussée jusqu'à 160° et la mesure de la densité à 40° du résidu. Cette dernière est très rapide et l'ensemble des deux opérations est aisément effectué en une demi-journée; on obtient ainsi pour les polychlorés des résultats très exacts. Nous indiquons ici, parmi les 56 cas expérimentés, les résultats les plus défavorables :

Polychlorés %.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
A partir de Δ...	8,63	8,02 7,76	10,93 10,58	8,23 7,84	7,49	8,25 8,20	9,66 9,70	8,40	10,03 9,91
Par distillation.	8,31	7,67	10,42	8,12	7,81	8,66	9,99	7,99	9,65

Nous avons appliqué cette méthode d'enrichissement modifiée à l'examen d'un grand nombre de chlorobenzènes industriels.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la pelletiérine et la méthylpelletiérine.* Note de M. GEORGES TANRET, présentée par M. L. Maquenne.

La pelletiérine et la méthylpelletiérine sont deux bases de la série des quatre alcaloïdes que Ch. Tanret découvrit, il y a une quarantaine d'années, dans l'écorce de grenadier ([1]). Le problème de leur constitution vient, tout récemment, d'être étudié par Hess et Eichel ([2]) : d'après eux, on doit considérer la pelletiérine comme une pipéridyl-propaldéhyde (I), c'est-à-dire comme l'aldéhyde de la conicine, tandis que la méthylpelletiérine serait une méthyl-pipéridyl-propanone (II), constitution qui est, à très peu près, celle d'un homologue supérieur de l'hygrine des feuilles de coca :

```
        CH²                                        CH²
 CH²/  \CH²                                 CH²/  \CH²
  |      |                                   |      |
 CH²\  /CH — CH² — CH² — CHO                CH²\  /CH — CO — CH² — CH³
        NH                                         N — CH³
              (I).                                        (II).
```

I. Cependant, au cours de leur travail, Hess et Eichel n'arrivèrent pas à isoler l'alcaloïde doué de pouvoir rotatoire que Tanret avait désigné sous le nom de *pelletiérine :* ils n'obtinrent que l'isomère inactif que Tanret avait dénommé *isopelletiérine.* Et à la suite de leur échec, mettant en doute l'existence de la pelletiérine telle qu'elle avait été primitivement décrite, ils proposèrent de rayer le vocable d'isopelletiérine de la littérature chimique, celui seul de pelletiérine devant être gardé.

Cette double conclusion ne saurait être acceptée. Les faits suivants, en effet, complètent les données de Ch. Tanret et établissent une fois de plus l'existence du pouvoir rotatoire dans la pelletiérine et ses dérivés.

1. Le *sulfate* $(C^8H^{15}NO)^2SO^4H^2$ cristallise avec 3^{mol} d'eau qu'il perd soit à 100°, soit dans le vide sulfurique. Déshydraté, il fond à 133°. Son pouvoir rotatoire, en solution aqueuse, est $[\alpha]_D = -30°,3$. Rendement : $0^g,70$ à 1^g par kilogramme d'écorces.

Le *chlorhydrate* $C^8H^{15}NO.HCl$ fond vers 145° et donne $[\alpha]_D = -41°,2$.

([1]) CH. TANRET, *Comptes rendus*, 1878, 1879, 1880. En particulier Tome 90, 1880, p. 697.

([2]) HESS et EICHEL, *Berichte*, 1917 et 1918.

Le *bromhydrate* fond vers 137° : lévogyre, $[\alpha]_D = -32°,5$.

Le *nitrate* fond à 82°-85° : lévogyre, $[\alpha]_D = -34°,8$.

Le *picrate* fond à 131°-132°, le *chloroplatinate* $(C^8H^{15}NO)^2HCl, PtCl^4$ à 214°-216°.

Le *silicotungstate* $(SiO^2, 12TuO^3, 2H^2O, 4C^8H^{15}NO)2H^2O$ perd ses deux molécules d'eau de cristallisation à 100°.

La *pelletiérine* elle-même est lévogyre. En solution éthérée, la base libre a pour pouvoir rotatoire $[\alpha]_D = -31°,1$; en solution aqueuse $-27°,8$.

L'*acétylpelletiérine* $C^8H^{14}NO(CO - CH^3)$ est un liquide bouillant à 205°-210° sous 40^{mm} de mercure; dextrogyre, $[\alpha]_D = +32°,6$. La *benzoylpelletiérine* $C^8H^{14}NO(CO - C^6H^5)$, liquide, ne peut être distillée sans décomposition; dextrogyre, $[\alpha]_D = +18°,7$. La saponification sulfurique de ces deux dérivés conduit à l'obtention, non pas d'une pelletiérine optiquement active, mais de sa forme racémique, l'isopelletiérine.

Le *chlorhydrate de semicarbazone* $C^8H^{15}N(=N - CO - NH - NH^2)$, HCl fond à 168°-170° et est lévogyre, $[\alpha]_D = -10°,8$.

2. Deux ordres de faits peuvent expliquer pourquoi l'activité optique de la pelletiérine est susceptible d'échapper aux recherches.

C'est d'abord la richesse plus ou moins grande des écorces de grenadier en alcaloïde lévogyre, celui-ci pouvant arriver, quoique de façon exceptionnelle, à faire défaut. C'est surtout la sensibilité de la base à la chaleur et aux alcalis qui, en la racémisant, lui font perdre son pouvoir rotatoire. Ainsi, alors qu'il peut être chauffé en solution sulfurique sans altération, son sulfate baisse déjà de pouvoir rotatoire quand on le maintient à 100° en solution neutre. Une solution étendue de pelletiérine mise en présence de petites quantités d'alcali subit lentement à froid, très rapidement à chaud, la même baisse polarimétrique. Quant à l'alcaloïde lui-même, on ne peut le chauffer, même dans le vide et dans un courant d'hydrogène, sans le racémiser en tout ou en partie : après deux tours de distillation (la base bout à 117°-118° sous 52^{mm} de mercure), la racémisation est totale.

On voit donc avec quelle prudence on devra, dans la préparation de la pelletiérine, avoir recours aux alcalis et plus encore aux réactions qui nécessitent l'emploi de la chaleur.

II. De même qu'au cours de leurs distillations fractionnées et de leur séparation de la pelletiérine à l'état d'uréthane, Hess et Eichel n'avaient pu obtenir cet alcaloïde doué de son pouvoir rotatoire normal, les deux

auteurs allemands n'ont pas réussi à isoler la méthylpelletiérine active de Ch. Tanret.

Ici encore les faits suivants mettront hors de doute la solidité de ce dernier travail.

La méthylpelletiérine est un liquide distillant à 106°-108° sous 45^{mm} de mercure. Elle a, telle quelle, un pouvoir rotatoire dextrogyre $[\alpha]_D = +27°,7$ qui s'abaisse, pour des solutions aqueuses à $\frac{1}{10}$, à $+24°,1$. Ce pouvoir rotatoire reste stable même après plusieurs distillations successives et n'est pas influencé par ébullition avec des solutions étendues d'alcali.

La méthylpelletiérine est soluble dans l'eau, à froid, en toutes proportions. Mais au-dessus de 35°,5, sa solubilité varie avec la température, et cela dans deux sens différents. Dans une première phase, correspondant aux concentrations comprises entre 100 et 50 pour 100, la solubilité augmente quand la température croît : dans une deuxième phase, au contraire, correspondant aux concentrations inférieures à 50 pour 100, elle diminue quand la température augmente. On sait que cette diminution de la solubilité à chaud pour les solutions étendues se rencontre aussi dans le cas de la conicine et de quelques autres bases dérivées de la pipéridine ; on la trouve, de même, pour la spartéine, comme M. Valeur l'a montré récemment.

La méthylpelletiérine donne des sels bien cristallisés. Le *chlorhydrate* $C^9H^{17}NO, HCl$ fond à 168°-170° et est dextrogyre : $[\alpha]_D = +41°,2$. Le *bromhydrate* fond à 165°-167° et a pour pouvoir rotatoire $+33°,5$. Le *sulfate* donne $[\alpha]_D = +38°$.

Le *picrate* fond à 157°-159°, le *chloroplatinate* à 206°-208°.

La méthylpelletiérine n'est contenue dans les écorces qu'en minime proportion : 3^{cg} au kilogramme environ. Cette faiblesse des rendements contribue à rendre son étude particulièrement délicate.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Nouvelle préparation d'amines par catalyse.* Note [1] de M. **A. Mailhe**, transmise par M. P. Sabatier.

On sait que l'action des aldéhydes sur l'hydrazine, fournit les aldazines :

$$2RCOH + NH^2.NH^2 = 2H^2O + RCH = N - N = CHR.$$

Cette réaction, violente pour le premier terme, est faible au contraire, au

(1) Séance du 3 mai 1920.

fur et à mesure que la chaîne aldéhydique s'alourdit, et il est nécessaire de chauffer pendant plusieurs heures le mélange des deux corps en milieu alcoolique, pour terminer la réaction.

En raison du caractère incomplet de ces azines, j'avais pensé que leur hydrogénation sur le nickel conduirait à l'hydrazine symétrique. Il n'en est rien. Même en effectuant la réaction à basse température, la molécule d'aldazine se scinde à l'attache des deux atomes d'azote, et les deux résidus s'hydrogénant fournissent une amine primaire

$$RCH = N - N = CHR + 3H^2 = 2RCH^2NH^2.$$

Le dédoublement d'une chaîne azotée de même nature avait déjà été constatée par Kleiner (¹), qui avait montré que les hydrazones sont décomposées en hydrocarbure et azote au contact d'un peu de potasse, que la phénylhydrazine est scindée en présence de chlorure, bromure ou iodure cuivreux à 150°, en aniline et ammoniac. C'est également à cette destruction que sont parvenus MM. Sabatier et Senderens (²), dans l'hydrogénation de la phénylhydrazine à 250°.

J'ai étudié l'hydrogénation d'un certain nombre d'aldazines.

1° *Diéthylidène hydrazine* $CH^3CH = N - N = CHCH^3$. — Lorsqu'on verse de l'hydrate d'hydrazine dans l'aldéhyde ordinaire, il se produit une violente réaction qui vaporise une partie de l'aldéhyde. On peut la modérer en additionnant l'aldéhyde d'un peu d'eau. En ajoutant ensuite au liquide obtenu, de la potasse solide, il se sépare une huile qui distille à 95°-97°.

C'est la *diéthylidène azine*, qui a été déjà préparée par Curtius et Zinkeisën. Lorsqu'on effectue son hydrogénation sur du nickel chauffé à 140°-150°, on constate un abondant dégagement de vapeurs alcalines. Le liquide recueilli, soumis au fractionnement, permet d'isoler : 1° une petite quantité d'un corps bouillant au-dessous de 50°, donnant par action du chloroforme et de la potasse, la réaction de la carbylamine; le liquide se carbonate au contact de l'air; 2° une notable proportion d'un liquide bouillant entre 50° et 75°, qui, après rectification, passe en majeure partie à 55°-60°; il donne un carbonate en aiguilles : c'est la *diéthylamine*; 3° enfin, il distille jusque vers 91°, un liquide constitué par un mélange de diéthylamine et de *triéthylamine*. Le chlorhydrate fait dans l'éther absolu, a fourni des aiguilles qui, séchées à la trompe et lavées à l'éther, ont fourni à l'analyse :

(¹) *Journ. Soc. Phys. et Chim. russe*, t. 43, 1911, p. 582.

(²) *Bull. Soc. chim.*, 3e série, t. 35, 1906, p. 259.

Poids de chlorhydrate	0,53
Cl trouvé	0,149
Cl pour $(C^2H^5)^3N.HCl$	0,137

On a affaire à l'amine tertiaire, mélangée d'un peu d'amine secondaire. Ainsi l'hydrogénation de la diéthylidène azine conduit à l'éthylamine, dont la majeure partie échappe à la condensation, en raison de sa volatilité, et à un mélange de diéthylamine et de triéthylamine, provenant du dédoublement de l'amine primaire au contact du nickel.

Il ne s'est pas formé d'hydrazine symétrique, qui bout à 84°-86°, car la portion du liquide, distillant entre 75°-95°, ne réduit pas la liqueur de Fehling à chaud.

2° *Diisobutylidène azine* $(CH^3)^2CH.CH = N - N = CH.CH(CH^3)^2$. — Elle a été isolée par Frank [1]. Je l'ai préparée en mélangeant, d'abord à froid, 1^{mol} d'hydrate d'hydrazine avec 2^{mol} d'aldéhyde isobutyrique, puis après avoir ajouté de l'alcool de manière à rendre le mélange homogène, le liquide a été chauffé au réfrigérant à reflux pendant 6 heures. Après addition d'eau, le liquide surnageant a été additionné de potasse solide, séché et rectifié. Il bout à 160°-165°.

Cette aldazine, hydrogénée sur nickel vers 160°, fournit un fort dégagement d'ammoniac. Le liquide, rectifié directement, donne, après plusieurs distillations fractionnées, deux portions importantes bouillant à 70°-75° et à 135°-140°. Ces points d'ébullition correspondent à ceux de l'*isobutylamine*, bouillant à 69°, et de la *disobutylamine*, bouillant à 139°-140°.

La première donne nettement la réaction de la carbylamine et se carbonate à l'air. La seconde fournit un chlorhydrate cristallisé dans l'éther. Au-dessus de 140° et bouillant jusqu'à 180°, il reste une petite portion de liquide alcalin, contenant sans doute l'amine tertiaire.

On ne constate pas encore ici la présence d'isobutylhydrazine.

3° *Diisoamylidène azine* $C^5H^{10} = N - N = C^5H^{10}$. — J'ai préparé cette aldazine dans les mêmes conditions que la précédente, et également en traitant l'aldéhyde valérique par le sulfate d'hydrazine en présence de soude. C'est une huile qui bout à 205°-210°.

Lorsqu'on l'entraîne sur du nickel divisé, chauffé vers 180°, à l'aide d'un

(1) *Monatshefte für Chemie*, t. 19, n° 5, p. 26.

courant d'hydrogène assez fort, elle fournit surtout de l'isoamylamine, bouillant à 93°,

$$C^5H^{10}=N-N-C^5H^{10}+3H^2 = 2C^5H^{11}NH^2,$$

dont une faible partie subit la dislocation en amines secondaire et tertiaire. On obtient, en effet, par distillation du liquide recueilli :

De 90° à 105°	6 parties
De 105° à 160°	1 »
De 160° à 210°	1 »
De 210° à 230°	0,5

Mais si l'on effectue l'hydrogénation de l'azine à 210°-230°, on trouve, au contraire, que l'amine secondaire se forme en quantité sensiblement deux fois plus grande que l'amine primaire. La proportion d'amine tertiaire est encore assez faible.

On voit que l'hydrogénation directe des aldazines conduit à une préparation aisée d'amines primaires et secondaires, correspondant aux alcools primaires.

GÉOPHYSIQUE. — *La planète Mars et la « sédimentation ignée »*. Note de M. A. **Guébhard**, présentée par M. H. Douvillé.

Ayant montré, dans une Note du 25 mars 1918, comment c'était sous forme de chenaux jumelés qu'avaient dû s'ébaucher temporairement les premières dépressions géosynclinales sur la coque originelle du géoïde incandescent, je ne pus me défendre d'un rapprochement avec les « canaux géminés » de Mars ([1]). Mais comment concilier cela avec l'opinion courante qui attribue à l'eau, comme sur notre Terre, les « mers », les « brouillards » et surtout les « glaces polaires » de Mars ? Certes, beaucoup d'observateurs se sont convaincus de l'insuffisance de l'hypothèse hydrique ; mais celle de l'acide carbonique n'a fait qu'allonger la liste des données contradictoires que m'a semblé pouvoir concilier une notion élémentaire nouvelle, dégagée de mes dernières études, celle de *sédimentation ignée* ([2]).

Il s'agit de cette ère immense où, quel qu'ait pu être le procédé d'occlusion de la première croûte planétaire, celle-ci forma cloison dorénavant

([1]) *A propos des canaux de Mars* (*L'Astronomie*, 33e année, 1919, p. 322; — *Notes provençales, Revue des travaux du Dr Guébhard*, t. 7, 1919, p. 21).

([2]) *La sédimentation ignée* (*Notes provençales*, t. 7, 1919, p. 4).

entre toutes les substances qui, précédemment passées de l'état de vapeur à l'état liquide, avaient définitivement rejoint la fonte magmatique et celles qui, demeurées volatiles, devaient attendre d'un refroidissement plus grand et de conjonctures physiques et chimiques très spéciales, leur précipitation successive d'une atmosphère encore gravide de tout ce qui devait achever d'édifier la lithosphère.

Si c'est, comme dans les hauts fourneaux, vers 1850° que s'est formée la *protosphère* scoriacée (¹), de combien de pluies de feu ne dut pas être traversée, avant qu'apparût, à 365°, l'eau liquide, l'habituelle transparence d'un ciel surchauffé (²) ! Et chacune de ces averses ne dut-elle pas, en touchant le plancher rouge, tantôt se vaporiser à nouveau et provoquer des extinctions locales de l'incandescence, tantôt s'écouler suivant les lignes de plus grande pente et entraîner, vers des bassins de décantation plus ou moins temporaires, les éléments détritiques d'une *sédimentation ignée* autrement édificatrice que celle des futurs remaniements aqueux; ailleurs, se figer en *glaces* brûlantes et signaler, de l'instable blancheur de taches salines silhouettées de noir (³), les points d'élection des distillations ordinaires ou des grandes tornades de l'atmosphère ?

Plus on précise ces inductions physiques, et plus on est frappé de les retrouver toutes, comme choses vues, sans une seule qui fasse contradiction, dans les publications si impartialement consciencieuses des Observatoires Jarry-Desloges, toujours en quête d'une interprétation complètement adéquate, non encore atteinte pour Mars. Si la nôtre était admise, elle ne laisserait pas d'entraîner une forte présomption de tardivité pour la naissance de cet astre. Mais plus d'un astronome en a déjà admis la vraisemblance (⁴), qui permettrait à nos successeurs, pas trop pressés, d'assister

---

(¹) H. Douvillé, *Les premières époques géologiques* (*Comptes rendus*, t. 150, 1914, p. 221).

(²) Même sur notre Terre très refroidie, ce n'est qu'exceptionnellement que des nuages, arrivés d'ailleurs, voilent les parties surchauffées du sol.

(³) En l'absence constatée de sédimentation hydrique sur la Lune, M. H. Douvillé (*loc. cit.*) se demandait déjà si « les plaques blanches signalées à la surface ne seraient pas des dépôts de chlorures ou de sels alcalins ». Moi-même j'ai émis l'idée (*L'Astronomie*, 1918, p. 167, note 3) que les « stries glaciaires » de certains galets huroniens de Suède pourraient bien provenir de tout autres *glaces* que notre glace hydrique. Sur Mars, la refusion des plaques blanches au contact d'un sol plus chaud n'expliquerait-elle pas bien le cerne marginal et les réapparitions de « matière noire » de M. Jarry-Desloges?

(⁴) Qu'y aurait-il d'absurde à supposer, même dans l'hypothèse de Laplace, que les

à tous les actes d'une formation planétaire, jusqu'à l'apparition, pas improbable, de l'eau, et pas impossible d'un être avec qui entrer en conversation moins illusoirement qu'aujourd'hui.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Solanacées. Développement de l'embryon chez les* Nicotiana. Note de M. **René Souèges**, présentée par M. L. Guignard.

Le *Nicotiana Tabacum*, après le *Capsella Bursa-pastoris* et *Œnothera nocturna*, a servi à Hanstein [1] pour établir ses règles générales du développement de l'embryon chez les Dicotylédones. Les observations de l'auteur, relatives à ce troisième exemple, sont encore très incomplètes et sur beaucoup de points erronées.

Chez toutes les espèces de *Nicotiana* que j'ai examinées (*N. sanguinea* Link., *N. Tabacum* L., *N. acuminata* Hook., *N. Langsdorffii* Schrank, *N. glauca* Grah., *N. glutinosa* L., *N. solanifolia* Walp.), la tétrade proembryonnaire se compose de quatre cellules superposées (*fig.* 2, *l*, *l'*, *m*, *ci*); elle s'édifie comme celle du *Chenopodium Bonus-Henricus* [2], avec cette différence que la cellule apicale du proembryon bicellulaire (*fig.* 1) se cloisonne avant la cellule basale.

Une cloison longitudinale apparaît ensuite dans la cellule *l'*, et peu après dans la cellule *l* (*fig.* 3); les quatre cellules supérieures ainsi différenciées représentent les quadrants. Par de nouvelles cloisons longitudinales, normales aux précédentes, ceux-ci donnent naissance aux octants (*fig.* 4).

Pendant ce temps, les deux éléments *m* et *ci* de la tétrade se segmentent transversalement pour engendrer quatre cellules superposées dont la supérieure constitue la cellule hypophysaire (*fig.* 4 à 8, *h*).

Le dermatogène se différencie dans les huit octants par formation d'une paroi tangentielle (*fig.* 5). Ensuite, dans les quatre cellules intérieures de la partie hypocotylée, s'établit une cloison horizontale qui sépare deux groupes de quatre éléments (*fig.* 6); les quatre éléments inférieurs représentent les initiales de l'écorce; les quatre éléments supérieurs se divisent par deux cloisons verticales rectangulaires et

---

anneaux eussent mis à se rétracter en boules d'autant plus de temps qu'ils étaient plus éloignés et moins denses? Jupiter serait alors, conformément aux apparences, réellement en retard sur Mars, comme nous, peut-être, sur Vénus, et il n'y aurait plus rien d'inattendu à quelque nouvelle naissance d'astre, à venir, au delà de Neptune.

(1) J. Hanstein, *Die Entwicklung des Keimes der Monokotylen und Dikotylen* (*Bot. Abhandl.*, t. 1, Bonn, 1870).

(2) R. Souèges. *Embryogénie des Chénopodiacées. Développement de l'embryon chez le* Chenopodium Bonus-Henricus *L.* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 467).

donnent ainsi naissance à quatre cellules circumaxiales de plérome et à huit cellules de périblème (*fig.* 7). Dans les quatre cellules sous-épidermiques de la partie cotylée, la marche des segmentations peut être comparée à celle qui a été décrite au sujet des *Lepidium* [1].

Dans l'hypophyse, trois cloisons méridiennes séparent quatre quadrants hypophy-

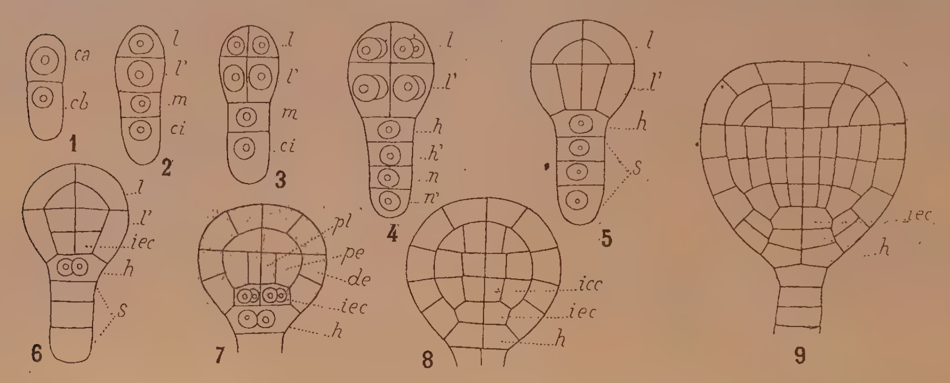


Fig. 1 à 9. — Genre *Nicotiana*. — Figures schématiques montrant les principales étapes du développement de l'embryon : *ca*, cellule apicale et, *cb*, cellule basale du proembryon bicellulaire; *l* et *l'*, les deux éléments supérieurs de la tétrade d'où dérivent les parties cotylée et hypocotylée; *m* et *ci*, les deux cellules inférieures de la tétrade; *h*, hypophyse; *h'*, cellule-sœur de *h* et cellule-fille de *m*; *n* et *n'*, cellules-filles de *ci*; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec*, initiales de l'écorce; *icc*, initiales du cylindre central.

saires qui se divisent tangentiellement pour donner deux groupes de quatre éléments superposés (*fig.* 7, 8 et 9). Le groupe inférieur, voisin du suspenseur, se cloisonne radialement et fait partie de l'assise la plus extérieure de la coiffe; le groupe supérieur se segmente tangentiellement et fonctionne, dès maintenant, comme une portion de l'assise calyptrogène. Le dermatogène de l'axe hypocotylé concourt à la formation de la coiffe comme cela a déjà été démontré au sujet de toutes les Dicotylédones examinées jusqu'ici. Le suspenseur, qui tire son origine des trois cellules *h'*, *n* et *n'*, reste irrégulièrement cylindrique et s'accroît quelque peu en se cloisonnant dans les trois directions rectangulaires.

En somme, il n'est pas du tout exact, comme le soutient Hanstein, que l'embryon des *Nicotiana* se développe selon des règles tout à fait comparables à celles que l'on observe chez le *Capsella*. Rien que le mode de construction de la tétrade permet de formuler trois propositions contraires à celles que j'ai émises dans un travail précédent sur la Bourse à pasteur [2] : 1° la cellule apicale du proembryon bicellulaire entre en division avant la

(1) R. Souèges, *Nouvelles recherches sur le développement de l'embryon chez les Crucifères* (*Ann. Sc. nat. Bot.*, 9e série, t. 19, 1914, p. 311).

(2) R. Souèges, *Les premières divisions de l'œuf et les différenciations du suspenseur chez le* Capsella Bursa-pastoris *Mœnch* (*Ann. Sc. nat. Bot.*, 10e série, t. 1, 1919, p. 8).

cellule basale; 2° la cellule intermédiaire de la triade tire son origine de la cellule apicale; 3° le cloisonnement est horizontal dans la cellule apicale comme dans la cellule basale. Il existe, en outre, d'autres différences non moins importantes dans l'origine et le mode de segmentation de l'hypophyse, et surtout dans la genèse des initiales de l'écorce.

En comparant les embryons du *Myosurus minimus* et de l'*Œnothera biennis* à celui des *Nicotiana*, on observera encore des différences essentielles dans l'origine, le rôle et le cloisonnement des premiers blastomères. On remarquera néanmoins que, dans les quatre exemples dont il vient d'être question, la cellule apicale du proembryon bicellulaire se comporte nettement comme cellule embryonnaire proprement dite, et la cellule basale comme cellule du suspenseur.

L'embryon des *Nicotiana* ressemble à celui du *Chenopodium Bonus-Henricus* par la disposition des éléments de la tétrade, par celle des quatre cellules-quadrants et par la formation des initiales de l'écorce aux dépens de la partie hypocotylée; mais il s'en sépare, d'une manière radicale, par les destinées des deux et des quatre premiers éléments proembryonnaires.

BOTANIQUE APPLIQUÉE. — *Recherches sur les Amygdalées et les pommiers des parties froides de l'Indo-Chine et du sud de la Chine.* Note de M. **Aug. Chevalier**, présentée par M. Mangin.

Notre colonie de l'Indo-Chine comprend, dans les hautes régions du Tonkin, du Laos et dans la chaîne annamitique, plusieurs millions d'hectares de terrains cultivables où peuvent croître la plupart des plantes cultivées des pays tempérés et subtempérés : blé, orge, chanvre, lin, pavot et presque tous les arbres fruitiers d'Europe.

Ces derniers y sont déjà représentés par des espèces ou des variétés différentes de celles que nous cultivons en France. C'est en vue d'en tenter l'amélioration ou de les faire servir soit comme porte-greffes pour nos variétés d'élite, soit pour créer des hybrides en les croisant avec ces mêmes variétés, que nous en avons entrepris l'étude. Nous avons été grandement aidé dans ces recherches par M. Miéville des services agricoles de l'Indo-Chine. La détermination de nos plantes a été faite à l'Herbier du Muséum et facilitée par la révision des Rosacées asiatiques effectuée récemment par M. J. Cardot.

Le pêcher (*Persica vulgaris* Mill.) existe presque partout au Tonkin, mais

ses variétés très nombreuses, non greffées, sont différentes de celles que nous cultivons en Europe. L'espèce serait originaire de Chine; elle est très commune au Yunnan et nous l'avons rencontrée avec l'apparence d'une plante spontanée, c'est-à-dire en pleine brousse, dans le massif de Chapa au Tonkin de 1000^{m} à 1500^{m} d'altitude. Une variété naine à fleurs roses doubles (*P. nana* Mill.) est cultivée comme plante ornementale dans les jardins chinois et annamites. Une autre, *Amygdalus Davidiana* Carrière, à petits fruits sphériques, à peine charnus, découverte autrefois en Chine, a été rencontrée par nous, fréquemment aussi, dans les jardins annamites du Tonkin.

L'amandier (*Amygdalus communis* L.) ne nous est pas connu au Tonkin et l'*Amygdalus Cochinchinensis* Loureiro est pour nous une espèce mystérieuse. Il ne s'agit probablement pas d'un amandier, Loureiro ayant fai fréquemment des confusions analogues pour d'autres genres.

Les pruniers (*Euprunus*) sont cultivés dans beaucoup de jardins au Tonkin, au Laos et dans le Nord-Annam. Ils se rapportent à l'espèce *Prunus triflora* Roxb. de l'Himalaya et de la Chine. Nous en connaissons d'assez nombreuses variétés qui se reproduisent de graines; les unes ont les fruits violets, les autres d'un blanc rosé; certaines ont des fruits jaunâtres, toujours de la taille d'une petite mirabelle ou même plus réduits. La saveur est âpre et ces fruits ont besoin d'être améliorés.

Les Annamites cultivent quelquefois au Tonkin le *Prunus Mume* Sieb. et Zucc., du Japon, non pour ses fruits, mais pour ses jolies fleurs doubles.

L'abricotier (*Armeniaca vulgaris* Lamk.) croît dans les jardins du Tonkin, importé depuis longtemps de Chine, mais c'est une race qui donne des fruits petits, à pulpe très réduite, mûrs dès avril dans le Delta.

Un cerisier indigène (*Cerasus Puddum* Roxb.) Wall. croît dans les forêts, sur les montagnes du Tonkin, vers 800^{m} d'altitude près Langson, et au Traninh, de 1200^{m} à 2400^{m} d'altitude; c'est un grand arbre à fleurs rouges donnant de petits fruits d'un rouge noirâtre, à pulpe très réduite, amère; ils sont à peine mangeables, mais la greffe de nos cerisiers d'Europe reprend très bien sur cette espèce.

Le pommier commun d'Europe n'existe pas en Chine. Il y est remplacé par le *Malus prunifolia* (Willd.) Borkh., espèce autonome et non hybride (*Rehder*) assez répandue à l'état cultivé au Yunnan où elle produit des fruits qui ressemblent à notre pomme d'Api et qui mûrissent en mai et juin. Ces pommiers ont été introduits en quelques localités du Tonkin où ils semblent s'acclimater.

Deux espèces très intéressantes de pommiers vivent à l'état spontané sur les hauts plateaux de l'Indo-Chine. L'une est le *Malus Doumeri* A. Chev. (= *Pirus Doumeri* Bois) qui vit sur le Langbian et sur ses contreforts de 800^m à 2000^m d'altitude, l'autre est le *Malus laosensis* A. Chev. (= *Pirus laosensis* Cardot) qui se rencontre au Traninh à 1500^m d'altitude et qui existerait aussi sur certaines montagnes du Tonkin.

Ces deux espèces forment de grands arbres qui produisent des fruits assez semblables pour la taille, la saveur et la couleur, à certaines variétés de pommes à cidre de Normandie. M. Miéville en a fabriqué une boisson qui par sa coloration rappelle le poiré normand. Bien que ces espèces vivent en pleine forêt et ne soient l'objet d'aucun soin de la part des populations montagnardes actuelles, nous nous demandons si elles n'ont pas été cultivées et améliorées à une époque ancienne. Ce qui le laisserait supposer, c'est qu'il en reste des exemplaires cultivés comme arbres sacrés autour de certaines pagodes du Laos où les bonzes les entretiennent.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur le traitement de la casse bleue des vins.* Note de MM. **André Piedallu**, **Philippe Malvezin** et **Lucien Grandchamp**, présentée par M. L. Maquenne.

L'un de nous, dans une précédente Note [1], a signalé l'action de l'eau oxygénée sur les vins atteints de *casse bleue*. On sait que ces vins renferment des sels ferreux. D'abord limpides, ils se troublent sous l'action de l'oxygène de l'air; les sels ferreux devenant ferriques précipitent avec les tannins et les matières colorantes; les vins troubles déposent des couches successives, et, malgré le dépôt, restent louches. L'opération du collage est inefficace, la colle restant en solution.

L'eau oxygénée précipite abondamment le fer, le vin devient clair par dépôt et ne casse plus; mais il est interdit par la loi de l'introduire dans du vin. D'autre part, l'action oxydante très énergique de l'eau oxygénée a des effets déplorables sur la composition et les qualités organoleptiques des vins. C'est pourquoi elle n'a pas été recommandée dans la Note précitée.

Nous avons repris la question, en essayant l'action de l'oxygène gazeux provenant de la distillation de l'air liquide; il contient 99,9 pour 100 d'oxygène pur. Appliqué d'abord par barbotage direct dans le liquide à traiter, il n'a donné que des résultats incomplets. Les bulles trop volumineuses se

(1) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 1108.

dégagent trop rapidement à la surface et ne produisent pas une oxydation suffisante.

La bougie en porcelaine dégourdie, appliquée à la diffusion de l'oxygène dans le vin, nous a donné au contraire des résultats tout à fait concluants.

L'oxygène sortant d'un « mano-détendeur » se trouve dans la bougie à la pression de 4^{kg}. Il en sort, à travers la paroi, à l'état de fines bulles qui forment avec le vin une véritable émulsion.

Le vin se trouve ainsi saturé d'oxygène; les sels ferreux s'oxydent et passent à l'état ferrique. En présence des tannins, les sels ferriques forment des tannates insolubles et précipitent, en même temps que les albumines et les gélatines sont coagulées.

On a observé que la gélatine et les albumines restent en solution lorsque le fer est à l'état ferreux, ce qui fait dire aux maîtres de chais, dans leur langage imagé, que le vin *ne prend pas la colle*.

Nous avons observé qu'un vin, ne prenant pas la colle, coagule, après oxydation, 20^{g} de gélatine blanche alimentaire par hecto, se clarifie et se maintient brillant, malgré une exposition prolongée à l'air et aux changements de température.

Dans un vin blanc contenant 160^{mg} de fer métallique par litre, nous n'avons observé, en *tannisant*, qu'une légère réaction bleuâtre et, par la suite, une très légère précipitation.

Le même vin, dans les mêmes conditions, a donné, au fur et à mesure de l'oxydation à la bougie de porcelaine dégourdie, une réaction d'une intensité progressive qui, finalement, devint noir bleuâtre avec l'apparence de l'encre. La réaction s'est continuée avec la même intensité pendant 24 heures et, à partir de 36 heures, nous avons pu constater un commencement de défécation avec partie claire vers la surface du liquide. Le quatrième jour, ce vin a été collé à la gélatine blanche alimentaire qui a précipité en un coagulum volumineux, laissant en suspension dans le liquide des petits flocons grisâtres qui, à la filtration, sont restés sur le filtre. Le vin était clair au premier passage.

L'analyse, après filtration, accuse une perte de 120^{mg} de fer par litre, soit les $\frac{3}{4}$ de la proportion initiale. Il eût été facile de pousser plus loin l'élimination.

Plusieurs vins blancs ont été traités de la même façon avec résultats identiques. Des vins rouges *cassants*, oxydés dans les mêmes conditions, mais sans tannisage, ont accusé des pertes de fer dans des proportions analogues et ont finalement donné, après filtration, des vins brillants, d'une belle teinte rubis, parfaitement fixe.

En résumé, l'oxygène extrêmement divisé, par son passage sous pression à travers les pores d'une bougie en porcelaine dégourdie, est susceptible, dans le vin en puissance de *casse bleue*, de transformer rapidement les sels ferreux en sels ferriques. Cette transformation permet d'éliminer le fer *cassant* et de ramener ces vins à un état normal de clarification tenace, non susceptible de *recasser*.

ZOOLOGIE. — *Remarques sur les pièces buccales et l'alimentation des Coléoptères Lamellicornes.* Note [1] de M. Léon Bertin, présentée par M. Bouvier.

Aucune famille d'insectes ne présente plus de diversité que celle des Lamellicornes au point de vue du régime alimentaire et il est naturel de penser que les mêmes pièces buccales ne conviennent pas à des appétits aussi différents que ceux d'un Hanneton, d'une Cétoine et d'un Bousier.

A chaque régime alimentaire doit correspondre un système particulier de pièces buccales. En d'autres termes, la famille des Lamellicornes doit offrir une réduction de ce que H. de Savigny a mis en évidence pour la classe tout entière des Insectes.

Plusieurs entomologistes des XVIIIe et XIXe siècles (Voet, de Geer, Olivier, Mac Leay, Latreille, Mulsant) ont énoncé des rapports entre telle ou telle partie de la bouche des Lamellicornes et leur alimentation. Mais en beaucoup de cas la méconnaissance des mœurs réelles des Insectes les a induits en erreur.

Je crois avoir établi la série des faits suivants :

1° *Les Coléoptères Lamellicornes appartiennent à cinq groupes éthologiques fort nets au point de vue du régime alimentaire.*

a. Phyllophages ou mangeurs de feuillage du type Hanneton. Genres étudiés : *Melolontha*, *Polyphylla*, *Anisoplia*, *Phyllopertha*, *Rhizotrogus*, *Hoplia*.

b. Xylophages ou Saprophages mangeurs de bois pourri, de vermoulure d'arbres, de sciure, de tan, de terreau et autres matières végétales en décomposition. Genre étudié : *Oryctes*.

c. Anthophages ou mangeurs de fleurs (pétales, étamines, pollen) et de fruits sucrés. Genres étudiés : *Cetonia*, *Gnorimus*, *Trichius*.

---

(1) Séance du 3 mai 1920.

d. Coprophages ou Bousiers mangeurs de bouses et de crottins. Genres étudiés : *Geotrupes*, *Aphodius*, *Scarabaeus*, *Sisyphus*, *Copris*, *Onthophagus*, *Phanaeus*.

e. Nécrophages rongeant les parties tendineuses des cadavres de petits animaux. Genre étudié : *Trox*.

2° *Les pièces buccales des Lamellicornes appartiennent à cinq types bien distincts qui correspondent aux cinq groupes éthologiques établis ci-dessus.*

a. Chez les *Phyllophages* les mandibules ont une facette molaire très étendue et portant des lames parallèles analogues, toutes proportions gardées, à celles des molaires d'éléphants. Les mâchoires ont une *galea* massive à fortes dents et une *lacinia* dentiforme. Il y a relativement peu de poils aux organes de la bouche.

b. Chez les *Xylophages* étudiés, c'est-à-dire dans le genre *Oryctes*, les mandibules ont une très petite facette molaire à surface irrégulièrement plissée et le tranchant incisif est mousse; mais toute la pointe des mandibules est convertie en un fort cuilleron retroussé vers le haut. Les mâchoires ont une *galea* réduite à un lobe demi-circulaire frangé de longues soies. Tous les organes de la bouche sont très velus.

c. Chez les *Anthophages*, les mandibules sont faibles, invisibles à première vue, de telle sorte qu'elles ont échappé aux anciens naturalistes. Facette molaire réduite et lisse. Toute la moitié distale des mandibules, y compris le tranchant incisif, se résout en une courte languette. Les mâchoires sont extraordinairement modifiées dans le sens de l'allongement : leur corps est allongé; le condyle d'articulation est au bout d'un long bras de levier; la *galea* est convertie en un pinceau de poils avec son manche. Tous les organes de la bouche sont très velus.

d. Chez les *Coprophages* les mandibules sont des lames mi-parties membraneuses et cornées, à large surface, mais peu épaisses. La molaire, presque lisse, est confinée tout à la base. Le tranchant incisif est remplacé par une raclette flexible, couverte d'un velouté de soies fines et bordée d'une rangée de poils comparables aux dents d'un peigne. La *galea* des mâchoires est un lobe demi-circulaire frangé de poils très courts.

e. Chez les *Nécrophages* étudiés, c'est-à-dire dans le genre *Trox*, les mandibules sont des lames falciformes tranchantes, à facette molaire fort petite. Les mâchoires sont des tridents; les trois dents étant respectivement : la *galea*, une *lacinia* ou apophyse dentiforme et la face interne. Une rangée de poils ombrage le trident maxillaire ainsi constitué.

3° Le genre *Hoplia*, parmi les *Phyllophages*, a sa galea pourvue d'une touffe de poils qui annonce le pinceau des *Anthophages*. Or les Hoplies se nourrissent indifféremment de feuilles et de fleurs.

4° Le genre *Trox* a des pièces buccales convergeant vers celles des Silphides : mandibules en lame falciforme tranchante; mâchoires à dents aiguës. Or son régime alimentaire confine précisément à celui des Nécrophores et des Silphes.

5° *Les faits précédents et la coïncidence entre la classification éthologique des Lamellicornes et leur classification morphologique fondée sur les pièces buccales permettent de conclure à une adaptation de ces dernières aux régimes alimentaires.*

D'ailleurs on voit nettement dans beaucoup de cas l'appropriation de telle ou telle forme des organes à telle ou telle propriété physique de l'aliment (une molaire forte correspond à un aliment coriace; un long pinceau de poils sert à cueillir le pollen, etc.).

6° *Malgré leurs différences adaptatives, les organes de la bouche des Lamellicornes ont des caractères fondamentaux communs qui attestent leur parenté réelle.*

Les mandibules sont des pyramides triangulaires dont deux arêtes opposées, cardinale et masticatrice, sont à peu près perpendiculaires l'une sur l'autre. La charnière a une direction dorso-ventrale et, contrairement à l'opinion de quelques auteurs, elle n'a qu'un seul condyle d'articulation, à l'extrémité ventrale. A l'autre bout est une cavité articulaire. A la base de l'arête masticatrice est une facette molaire plus ou moins étendue.

Les mâchoires se laissent ramener à des pyramides quadrangulaires tronquées portant la *galea* sur leur troncature. Les palpes maxillaires sont 4-articulés.

Les lèvres supérieure et inférieure n'ont pas de caractère saillant.

MICROBIOLOGIE. — *Action des microbes de la flore des eaux d'égout épurées par le procédé des « boues activées » sur les hydrates de carbone.* Note [1] de MM. **Paul Courmont** et **A. Rochaix**.

Nous avons étudié l'action des microbes que nous avons isolés de la flore des eaux d'égout épurées par le procédé des boues activées [2] sur les hydrates de carbone.

I. Technique. — Nous nous sommes servis d'eau peptonée tournesolée additionnée des divers hydrates de carbone à étudier, en prenant toutes les précautions de préparation, si importantes en pareil cas, indiquées en particulier par Grimbert [3].

Les milieux ensemencés ont été maintenus pendant 7 jours à l'étuve à 37°, avec des témoins, certains sucres n'étant fermentés que tardivement.

II. Résultats :

Alcools polyatomiques.

	Glycérine.	Mannite.	Dulcite.	Sorbite.	Inosite.
Microbe n° 1	o	o	o	o	o
» 2	+	+	o	+	o
» 3	o	+	o	o	o
» 4	o	+	o	+	o
» 5	+	+	+	+	o
» 6 (*subtilis*)	+	+	o	o	o
» 7	o	+	o	o	o

Pentoses.

Seul le xylose a été expérimenté. Le microbe n° 2 possédait seul une action fermentative sur ce sucre.

Hexoses.

	Glycose.	Levulose.	Galactose.
Microbe n° 1	+	o	o
» 2	+	+	o
» 3	+	o	o
» 4	+	o	o
» 5	o	o	+
» 6	+	+	o
» 7	o	o	o

---

(1) Séance du 19 avril 1920.

(2) Voir *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 75.

(3) L. Grimbert, *Diagnostic des bactéries par leurs fonctions biochimiques*, 1903.

Hexobioses.

	Saccharose.	Maltose.	Lactose.
Microbe nº 1	o	+	o
» 2	+	+	+
» 3	o	»	o
» 4	o	+	o
» 5	+	+	+
» 6	+	+	o
» 7	o	o	o

Autres hydrates de carbone.

	Dextrine.	Amidon.	Glycogène.
Microbe nº 1	o	o	o
» 2	+	o	+
» 3	o	o	o
» 4	o	o	o
» 5	o	o	+
» 6	+	o	+
» 7	o	o	o

III. Conclusions. — Les microbes de la flore des eaux d'égout épurées par le procédé des boues activées, possèdent donc sur les hydrates de carbone une action fermentative variable suivant chaque espèce, mais certaine, montrant que la destruction des substances ternaires au cours du processus d'épuration peut être produite par action microbienne.

A 16 heures et quart, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

ERRATA.

(Séance du 22 mars 1920.)

Note de M. *Const.-A. Kténas*, Sur la zone hydrocarburée de la Grèce occidentale :

Page 738 : ligne 6, *au lieu de* Portonien (calcaire de Zeitha), *lire* Tortonien (calcaire de Leitha); ligne 14, *au lieu de* (vallée de la Molitsa), *lire* (vallée d'Arachtos); ligne 15, *au lieu de* Portonien, *lire* Tortonien.

Page 739, ligne 20, *au lieu de* plantes, *lire* roches.

(Séance du 29 mars 1920.)

Note de M. *F. Baldet*, Sur la variation diurne du potentiel atmosphérique à l'Observatoire d'Alger :

Page 819, en tête des cinquième, neuvième et treizième colonnes du tableau, *au lieu de* Trois termes, *lire* Cinq termes.

Page 820, ligne 4, *au lieu de* 1 heure 6 minutes, *lire* 1 heure 6 dixièmes.

(Séance du 26 avril 1920.)

Note de M. *Edmond Maillet*, Sur quelques propriétés des nombres transcendants :

Page 985, ligne 12 en remontant, *mettre* une virgule après racine.

Page 986, ligne 3, *au lieu de* $p + 4h$, *lire* $p = 4h$.

Note de M. *C. Camichel*, Sur le régime permanent dans les chambres d'eau :

Page 987, ligne 1, *lire* d'un petit orifice en mince paroi (de 1^{cm} de diamètre, par exemple, dans la chambre d'eau étudiée).